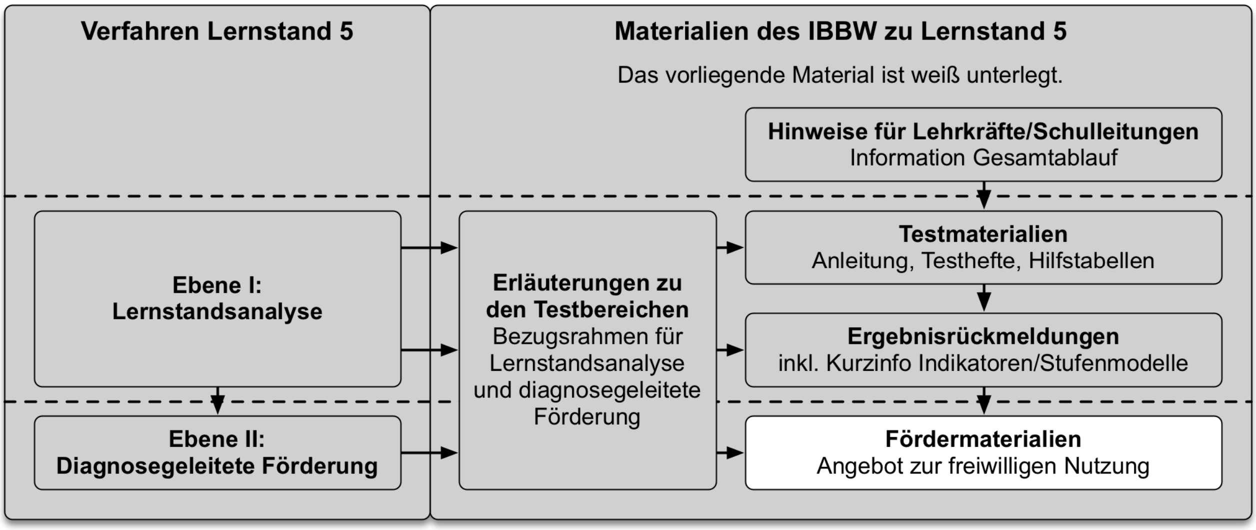
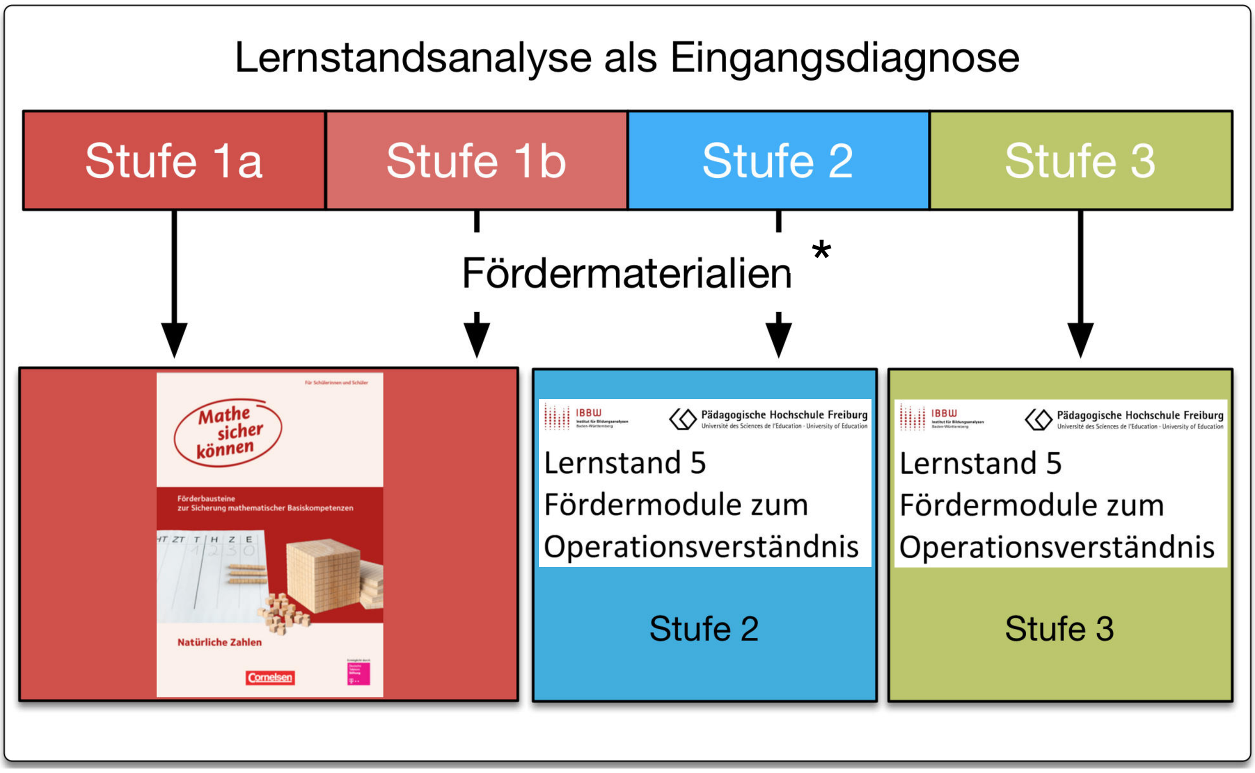
IBBW
Institut für Bildungsanalysen Baden-Württemberg

Pädagogische Hochschule Freiburg
Université des Sciences de l'Education · University of Education

Lernstand 5 – Mathematik

Einsatz der Fördermaterialien in der Schulpraxis (Schwerpunkt Operationsverständnis)





* Eine aktuelle Übersicht sämtlicher Fördermodule zu Lernstand 5 finden Sie im Online-Portal Lernstandserhebungen (auch zum Bereich Zahlverständnis)

Institut für Bildungsanalysen Baden-Württemberg

Pädagogische Hochschule Freiburg
Université des Sciences de l'Education · University of Education

Inhaltsverzeichnis

Herausgeber: ehemaliges Landesinstitut für Schulentwicklung (Rechtsnachfolge: IBBW), IMBF Pädagogische Hochschule Freiburg

Autorinnen und Autoren: Timo Leuders, Joachim Poloczek, Kristiane Reiber, Sabine Kowalk, Andreas Schulz

Redaktion: Kristiane Reiber

Illustration: Rudolf Reiber

Redaktionell überarbeitet durch das IBBW im Juli 2021

1 Lernstand 5 Mathematik – Überblick über Ziele und Aufbau

In diesem Kapitel erfahren Sie das Wichtigste über die Ziele und den Aufbau des förderdiagnostischen Verfahrens Lernstand 5 im Fach Mathematik in Baden-Württemberg[1]. Mit diesem Instrument erfolgt zu Beginn von Klasse 5 in den weiterführenden Schulen eine Einstiegsdiagnose hinsichtlich der individuellen Lernstände im zentralen Bereich der Arithmetik. Dazu werden passende Fördermaterialien bereitgestellt bzw. empfohlen. Diese Handreichung dient dazu, dass Sie möglichst schnell einen Überblick erhalten und in die praktische Arbeit bzgl. Diagnose und Förderung einsteigen können.

Die jeweils aktuellen Informationen zur organisatorischen Umsetzung der jährlichen Durchführung in Baden-Württemberg sind zugänglich unter www.lernstand5-bw.de.

Vertiefende Hinweise zum Hintergrund der Entwicklung dieser Materialien finden Sie in den folgenden Praxispublikationen und Handbüchern:

- Schulz, A./Leuders, T. (2015). Fehlerfrei schriftlich rechnen. Was kann man am Beginn von Klasse 5 tun? In: Mathematik lehren 191, S. 9-12.
- Schulz, A./Leuders, T./Rangel, U./Kowalk, S. (2015). Guter Start in die Sekundarstufe. Lernstand 5 in Baden-Württemberg: Diagnose und Förderung arithmetischer Basiskompetenzen. In: Mathematik lehren 192, S. 14-17.
- Schulz, A./Leuders, T./Rangel, U. (2017): Empirie- und modellgestützte Diagnostik von arithmetischen Basiskompetenzen als Grundlage für Förderentscheidungen zu Beginn von Klasse 5. In Fritz-Stratmann, A./ Schmidt, S. (Hrsg.): 3. Handbuch Rechenschwäche. Weinheim: Beltz, S. 396-417.
- Schulz, A./Leuders, T./Kowalk, S. (im Druck). Skizzen helfen Textaufgaben zu verstehen … und zu lösen. In: PM: Praxis der Mathematik in der Schule.

1.1 Welche Bereiche werden in Lernstand 5 Mathematik diagnostiziert und warum?

Lernstand 5 ermöglicht zu Beginn der Klasse 5 eine Diagnose in zentralen Basiskompetenzen, welche für das Weiterlernen besonders relevant sind. Hierbei handelt es sich in Mathematik nachweislich vor allem um arithmetische Kompetenzen im Bereich **Zahlen und Operationen**, die ein zentrales Thema des Unterrichts in der Grundschule darstellen und auch für viele Inhalte der anderen Kompetenzbereiche grundlegend sind. Abbildung 1 zeigt die Testbereiche von Lernstand 5 mit Bezug zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen der KMK-Standards der Primarstufe.

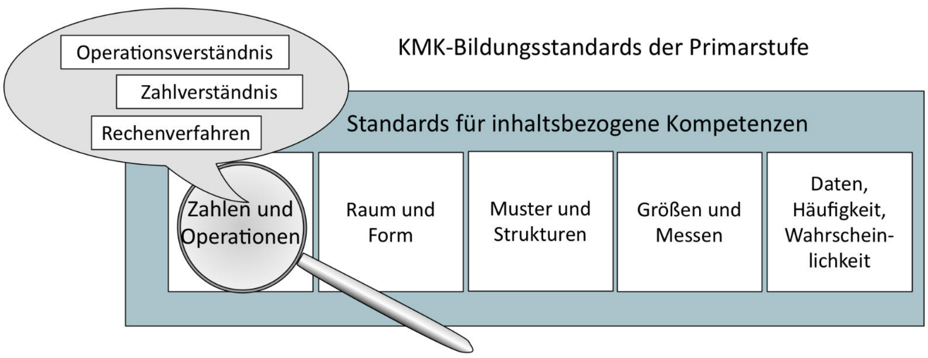


Abbildung 1: Testbereiche von Lernstand 5.

[1] Lernstand 5 wird auch im Fach Deutsch durchgeführt. Informationen siehe: www.lernstand5-bw.de

Der Kern arithmetischer Kompetenzen ist das Verständnis von Zahlen und Operationen, also eine Vorstellung davon, was Zahldarstellungen und Rechnungen bedeuten. Auch die anderen Bereiche werden in der Grundschule behandelt und auch hier können spezifische Probleme beim Übergang zur weiterführenden Schule auftreten. Diese werden jedoch regulär noch einmal thematisiert und lassen sich erfahrungsgemäß leichter durch kurze Wiederholungen kompensieren.

Innerhalb der arithmetischen Basiskompetenzen sind unter anderem relevant:

- Das Zahlverständnis, insbesondere der Umgang mit Stellenwerten und das flexible Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen im Millionenraum, was die Voraussetzung für das spätere Verständnis auch von Dezimalzahlen und Brüchen ist.
- Das Operationsverständnis, also die Fähigkeit, in Situationen passende Rechenoperationen heranzuziehen – hierzu nachfolgend ein Beispiel, warum dies eine wichtige Grundlage für das Weiterlernen darstellt.
- Das wirkliche Verstehen schriftlicher Rechenverfahren wird in der Grundschule durch Handlungen mit konkretem Material und auch durch das flexible nicht schriftliche oder halbschriftliche Rechnen gefördert, welches für das weitere Arbeiten mit Zahlen von Bedeutung ist (z. B. beim Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen oder Termen bzw. Gleichungen).

Das folgende Beispiel illustriert vor allem die Bedeutung des Operationsverständnisses. So kommt es bei der Subtraktion nicht allein darauf an, dass Schülerinnen und Schüler z. B. mithilfe eines schriftlichen Verfahrens zu richtigen Rechenergebnissen kommen, sondern auch, dass sie ein fundiertes Verständnis davon haben, was Subtrahieren bedeutet.

Zu Beginn der Grundschulzeit lernen Schülerinnen und Schüler:

- Das Subtrahieren ist die Rechenoperation, die geeignet ist, in Situationen das „Wegnehmen“ zu beschreiben: Wenn Mila von ihren 17 Keksen 8 abgibt, rechnet man 17 – 8 = 9.

Später entwickeln sie eine weitere Vorstellung zur Subtraktion:

- Das Subtrahieren beschreibt auch Situationen, in denen verglichen und nach dem Unterschied gefragt wird: Wenn Katrin 25 Kekse und Mila 17 Kekse hat, so hat Katrin mehr als Mila, und zwar 25 – 17 = 8 Kekse mehr.

In der Grundschule bekommt man einen Eindruck, ob Kinder die „Unterschiedsvorstellung“ nutzen können, wenn man sie bittet, z. B. 103 – 99 zu rechnen. Bestimmen sie den Unterschied: 99 + 4 = 103, oder können sie nur „wegnehmen“: 103 – 90 = 13, 13 – 9 = 4. Manche Kinder können beides nicht, sondern nutzen ausschließlich ein schriftliches Verfahren. Man sieht also, dass sogar beim flexiblen Rechnen Operationsvorstellungen und nicht nur Rechenalgorithmen gefragt sind.

Die folgende Aufgabe zeigt, dass auch für das Weiterlernen in der Sekundarstufe die „Unterschiedsvorstellung“ wesentlich ist:

- Was ist das Ergebnis von 3 – (–2) und wie kann man es erklären?

Das Subtrahieren von (–2) kann man inhaltlich nur schwer über das „Wegnehmen von Schulden“ verstehen, wohl aber über den Unterschied an der Zahlengeraden (vgl. Abbildung 2).

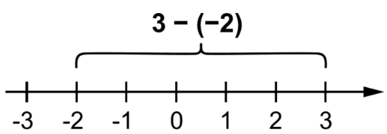


Abbildung 2: Unterschied an der Zahlengeraden.

Es ist also wichtig, sich zu Beginn der Klasse 5 einen Überblick zu verschaffen, ob alle wichtigen Vorstellungen zu den Rechenoperationen bereits ausgeprägt sind und sich ein tragfähiges Operationsverständnis ausgebildet hat: Während man sicheres Rechnen trainieren kann oder allenfalls durch einen Taschenrechnereinsatz überflüssig machen kann, kann man ohne das Verständnis der arithmetischen Operationen, also der mit ihnen verbundenen Vorstellungen, nicht einmal ein grundlegendes Verständnis von Mathematik ab Klasse 5 erreichen.

1.2 Wie sind in Lernstand 5 Diagnose und Förderung aufeinander bezogen?

Die im Rahmen von Lernstand 5 bereitgestellten Diagnose- und Fördermaterialien sollen dabei unterstützen, eine schnelle und angemessene Übersicht über die individuellen Lernstände einer neuen Klasse zu erhalten und dann eine geeignete Förderung zu planen, zu implementieren und umzusetzen. In Abschnitt 3 werden dazu eine Reihe von Alternativen vorgeschlagen, die sich im Detail nach den Lernständen der Schülerinnen und Schüler und den Gegebenheiten der Schule richten. Hierbei liegt immer dieselbe Grundstruktur im Vorgehen zugrunde (vgl. Abbildung 3):

1. Durchführung der Lernstandsanalyse in Lernstand 5 als ***Eingangsdiagnose***. Diese weist aus: Bei welchen Lernenden liegen möglicherweise Probleme oder sogar schwerwiegende Probleme vor, um die man sich kümmern muss. Darüber hinaus erhält die Lehrkraft inhaltliche Informationen zum Lernstand ihrer Schülerinnen und Schüler.
2. In einer ***tiefergehenden Diagnose*** kann man sich gegebenenfalls vergewissern, wie weit die Probleme reichen und ob im Einzelfall wirklich ein größerer Förderbedarf vorliegt. Dies geschieht in einem Einzel- oder Gruppengespräch, da man hier besser auf besondere Situationen eingehen kann, die bei einem Test nicht auffallen (z. B. Konzentrationsprobleme oder Sprachprobleme).
3. Etablierung einer angepassten, d. h. auf die tatsächlich vorliegenden Probleme fokussierende ***Förderung***, die die Lernstände der Schülerinnen und Schüler, aber auch die Ressourcen an der Schule berücksichtigt.

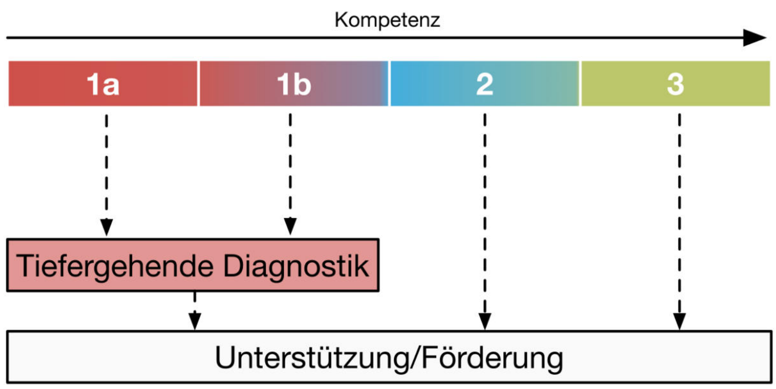


Abbildung 3: Diagnosegeleitete Förderung.

Wie man eine geeignete Förderung auswählt, wird in Abschnitt 3.5 und den folgenden Umsetzungsbeispielen in Abschnitt 3.6 deutlich. Zunächst soll aber noch erläutert werden, wie man bei Lernstand 5 zu einer Diagnose gelangt.

2 Diagnose konkret – am Beispiel „Operationsverständnis“

In diesem Kapitel wird das Operationsverständnis, ein zentraler Bereich von Lernstand 5, näher erläutert. Sie erfahren, welche Bestandteile es hat und warum es so zentral ist. Um das Diagnoseverfahren möglichst konkret zu machen, wird ein vollständiger Test zum Operationsverständnis aus Lernstand 5 dargestellt.

2.1 Wie funktioniert die Diagnose mit Lernstand 5?

Wie sieht es aus, wenn Schülerinnen und Schüler mit einem hinreichenden Operationsverständnis in die weiterführende Schule wechseln? Hinreichendes Operationsverständnis erkennt man nicht etwa an einem fehlerfreien Beherrschen schriftlicher Rechenverfahren, sondern vor allem daran, dass sicher entschieden wird, wann welche Operation anzuwenden ist. Die folgende Aufgabe gibt ein Beispiel für diese Stufe des Operationsverständnisses:

2

Stufe 2:
Verknüpfte bzw. mehrschrittige Operationen verstehen

Timo will mit Bauklötzen 10 gleiche 8-er-Türme bauen.
In seiner Kiste sind 62 Bauklötze.

Wie viele Bauklötze fehlen ihm noch? Schreibe dein Ergebnis auf.

Ergebnis: _____ Bauklötze

Beispiel: Verknüpfung Subtraktion/ Multiplikation

- Verknüpfung von Grundvorstellungen zur Multiplikation und Subtraktion über schrittweises Vorgehen
- Gedankliche Strukturierung der vorgegebenen Information notwendig, vorgegebene Zahlen müssen erst zueinander in Beziehung gesetzt werden

Abbildung 4: Beispielaufgabe zum Operationsverständnis (Stufe 2).[2] © IBBW.

Um die Aufgabe zu lösen, müssen Lernende folgende Denkschritte beherrschen:

1. Sie müssen zunächst die beschriebene Situation verstehen (hier ist sie als Text gegeben, man kann sie sich aber auch verbal oder mit einem Bild oder einer Handlung dargestellt denken). Es geht hier um das Verständnis, dass die Anzahlen „10 gleiche 8er-Türme“ und 62 Bauklötze zueinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Diese Situationsvorstellung ist ein wichtiger und durchaus nicht leichter Schritt in der Lösung, sie wird auch nicht durch einfache Schlüsselwörter wie („mehrfach“ oder „weniger“) unterstützt.
2. Sie müssen sodann darauf schließen, dass die Anzahl der Bauklötze in der Situation der räumlich-gleichzeitig angeordneten Türme durch eine Multiplikation ermittelt werden kann (8 mal 10) oder evtl. auch über hier ähnliche Vorstellungen zum multiplikativen Bündelungsprinzip im Stellenwertsystem. Für die Bestimmung des Unterschieds zwischen den beiden gegebenen Quantitäten hilft ihnen die Vorstellung der Subtraktion als Unterschiedsbestimmung. Man sagt auch, dass sie die *Grundvorstellungen* für die Operationen anwenden müssen.

[2] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016a, S. 9.

3. Erst im letzten Schritt können die Lernenden nun die Rechnung ausführen. Das kann schrittweise geschehen: $10 \cdot 8 = 80$, $80 - 62 = 18$. Manche Schülerinnen und Schüler können die Gesamtsituation auch bereits als Rechnung (Term ohne Variablen) aufschreiben: $10 \cdot 8 - 62$. Damit haben sie schon eine wichtige Grundlage für die späteren algebraischen Darstellungen von Situationen ($a \cdot b - c$). Die Fähigkeit des richtigen Rechnens ist allerdings etwas anderes als die Operationsvorstellung und wird daher in diesem Testteil auch nicht bewertet, weswegen eher kleine Zahlgrößen gewählt wurden.

In einem Bild dargestellt sehen diese Schritte so aus:

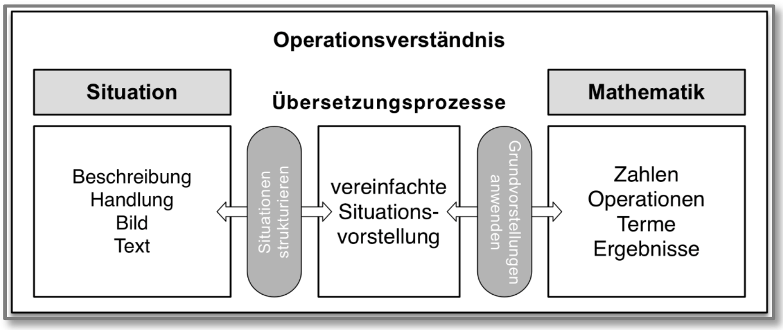


Abbildung 5: Operationsverständnis bei Lernstand 5.[3] © IBBW.

Die Pfeile deuten bereits an, dass sich diese Denkschritte auch in der anderen Richtung anwenden lassen: Wenn man eine Rechnung mit einer oder mehreren Operationen vorgibt, so sollen Schülerinnen und Schüler eine passende Situation zur Erklärung finden. In der Grundschule wird dies in Form so genannter „Rechengeschichten“ geübt. Dieses Aufgabenformat lässt sich zur Diagnose von Operationsvorstellungen gut verwenden, indem man Schülerinnen und Schülern Aufgaben wie die nachfolgende stellt. Im Test wurden solche Aufgaben vermieden, da die Lösungen sehr vielfältig sein können und eine einheitliche Auswertung nicht mehr gegeben wäre. Im Gespräch mit Schülerinnen und Schülern im Unterricht sind sie jedoch sehr nützlich.

In den nachfolgenden Abbildungen 6 und 7 sind entsprechende Diagnoseaufgaben und Schülerfehler aus dem Diagnose- und Förderkonzept *Mathe sicher können*[4] (Selter u.a. 2014) dargestellt.

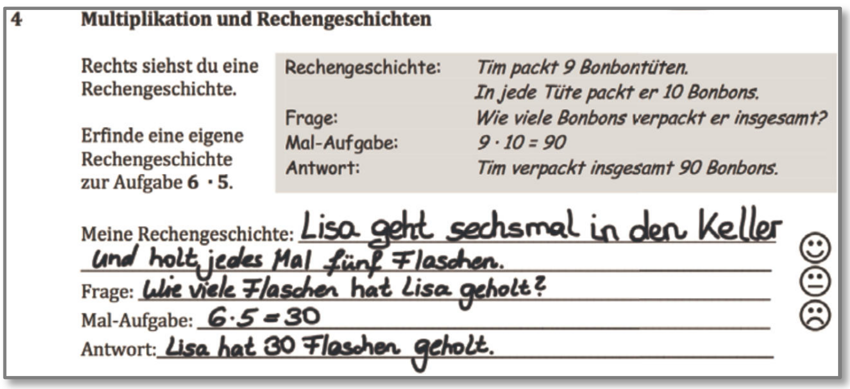


Abbildung 6: Diagnoseaufgabe ‚Multiplikation und Rechengeschichten‘.[5] ©Cornelsen, Mathe sicher können.

---

[3] Ebd., S. 5.

[4] Dieses Material wird bei Lernstand 5 insbesondere für Kinder empfohlen, die Stufe 1a oder 1b erreichen.

[5] Selter u.a. 2014, S. 9.

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten		
Typische Fehler	**Mögliche Ursache**	**Förderung**
Ich habe 6 Bombons und esse 5 6 · 5 = 30	Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).	Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1 - 4.4).
Anna hat heute Geburtstag Sie wird 6 Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen. 6 · 5 = 30	Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.	
Meine Rechengeschichte: In 3 Autos fahren immer 5 Leute. Frage: Wie viele fahren? Mal-Aufgabe: 3 · 5 = 15 Antwort: 15 Leute fahren mit.	Die Operation ist richtig, jedoch werden die Zahlen verändert.	Verständnis überprüfen. Meist kein Förderbedarf vorhanden, nicht selten Flüchtigkeitsfehler.

Abbildung 7: Beispiele für typische Schülerfehler.[6] © Cornelsen, Mathe sicher können.

Solche Fehler wie in Abbildung 7 können bei Schülerinnen und Schüler vorkommen, die vielleicht schon mit der Beispielaufgabe auf Stufe 2 (s. Seite 6) Schwierigkeiten haben und beispielsweise statt der passenden Multiplikation und Subtraktion Additionsaufgaben ausführen.

Das kann daran liegen, dass sie schon in den ersten Klassen kein Verständnis für die verschiedenen Bedeutungen der Operationen enwickelt haben. Sie haben sich teils damit „über Wasser gehalten“, indem sie die schriftlichen Rechenverfahren gelernt haben, aber typischerweise bei Textaufgaben gescheitert sind. Manche Lehrkräfte bemerken solche Probleme nicht, wenn sie z. B. dies fälschlicherweise auf Leseprobleme zurückführen oder wenn sie zu viel Gewicht allein auf das sichere Beherrschen von Rechenverfahren legen. Ein solches Operationsverständnis reicht nicht für das Weiterlernen aus.

Wie weitgehend die Schwierigkeiten einzelner Lernender sind, kann man daran erkennen, ob sie bei Aufgaben wie der in Abbildung 8 die richtige Operation finden :

1b

Stufe 1b:
Elementare Operationen verstehen

Ralf hat 37 Euro gespart.
Er möchte sich ein Skateboard für 69 Euro kaufen.
Wie viel Euro fehlen ihm noch? Schreibe deine Rechnung auf.
Rechnung: ____________________

Beispiel: Grundvorstellung „Ergänzen“
- Grundvorstellung „Ergänzen“: Subtraktion muss als passende Operation für „Auffüllvorgang“ (Umkehrung zur Addition) verstanden werden
- Darstellung der Zahlen folgt nicht der zu verarbeitenden Reihenfolge, einfache gedankliche Strukturierung muss erfolgen

Abbildung 8: Beispielaufgabe zum Operationsverständnis (Stufe 1b).[7] © IBBW.

1. Sie müssen erkennen, dass es um den *Unterschied* zwischen zwei Geldbeträgen geht, beispielsweise, indem sie sich vorstellen, dass Ralf die 37 Euro noch um einen Betrag ergänzen muss, um auf 69 Euro zu kommen.
2. Danach müssen sie die Subtraktion als passende Rechnung wählen 69 – 37 = 32. Ein typischer Fehler ist hier, dass Lernende addieren, auch weil der Text nur wenig direkte Hinweise auf die Subtraktion bietet (z. B. „Wegnehmen“).

[6] Ebd., S. 81.

[7] Ebd.

Solche Schülerinnen und Schüler können dann möglicherweise immerhin Aufgaben lösen, bei denen der erste Schritt, die Strukturierung durch die Aufgabenstellung, direkt vorgegeben ist (vgl. Abbildung 9):

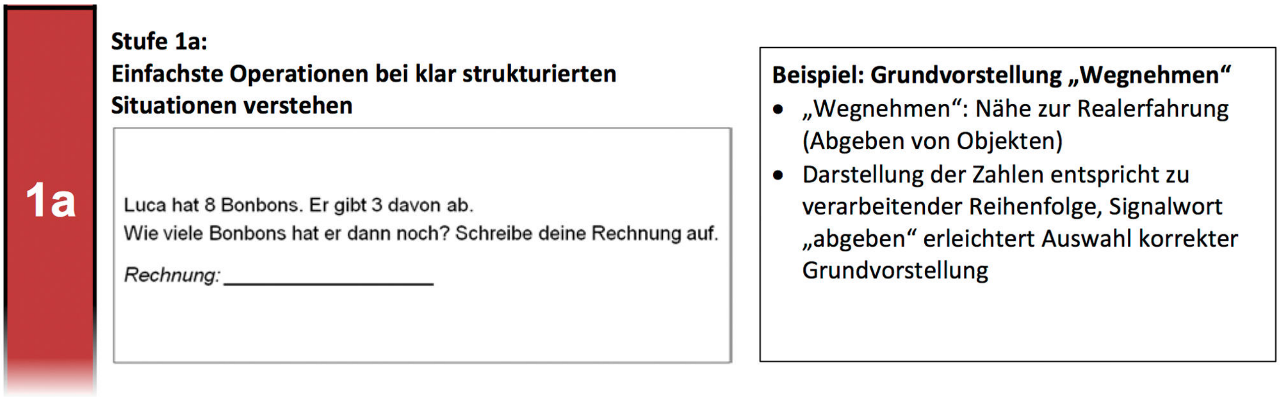


Abbildung 9: Beispielaufgabe zum Operationsverständnis (Stufe 1a).[8] *© IBBW.*

Andererseits gibt es auch viele Schülerinnen und Schülern, bei denen das Operationsverständnis in der Grundschule sehr gut ausgebildet worden ist. Sie können dann auch Aufgaben wie die in Abbildung 10 dargestellte lösen, bei der sie flexibel probierend oder problemlösend arbeiten müssen. Sie erreichen bei Lernstand 5 die höchste Stufe (Stufe 3) des Operationsverständnisses.

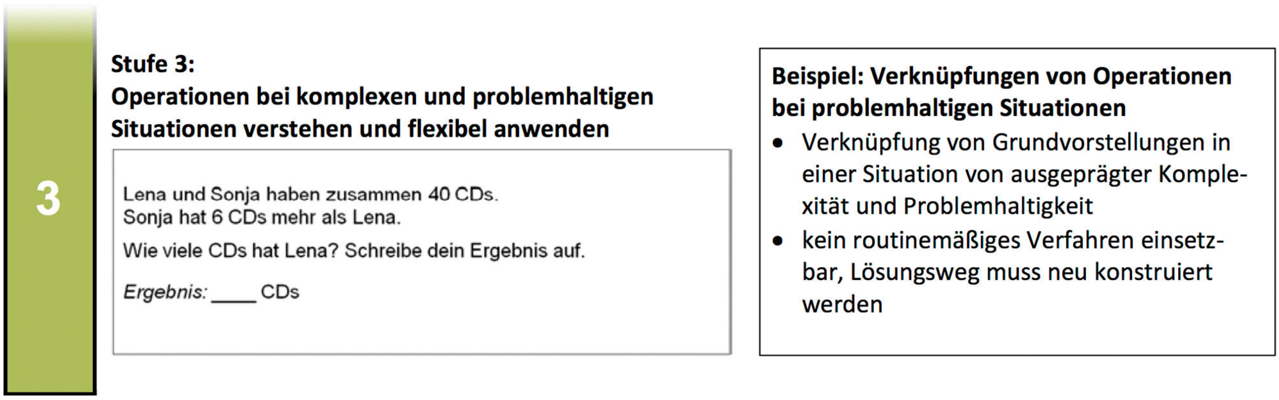


Abbildung 10: Beispielaufgabe zum Operationsverständnis (Stufe 3).[9] *© IBBW.*

Der in Lernstand 5 verwendete Test zum Operationsverständnis enthält eine Reihe von Aufgaben, mit denen man feststellen kann, auf welcher Stufe die Lernenden sicher sind, oder ab wann Schwierigkeiten beginnen. Dabei werden für alle Operationen *Grundvorstellungen* überprüft, welche aus der fachdidaktischen Forschung bekannt sind. Beispiele für *Grundvorstellungen* zeigt Abbildung 11.

[8] Ebd.

[9] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016a, S. 9.

Grundvorstellungen zu Operationen

Grundvorstellung anwenden:
Intuitive inhaltliche Vorstellungen, die von Schülerinnen und Schülern gedanklich mit mathematischen Operationen in Verbindung gebracht werden

Operation	Jeweils mehrere Grundvorstellungen
Addition	z.B. Hinzufügen, Zusammenfassen
Subtraktion	z.B. Wegnehmen, Vergleichen, Ergänzen
Multiplikation	z.B. wiederholte Addition, zeitlich wiederholte Handlungen, räumlich wiederholte Anordnung, kombinatorische Situation
Division	Aufteilen, Verteilen

Tim geht vier mal in den Keller und bringt jedes Mal 3 Flaschen Sprudel mit.

Kalle baut 4 Türme. Jeder Turm besteht aus 3 Steinen.

Wieviele zweigängige Menüfolgen können wir aus 3 Vorspeisen und 4 Hauptgerichten bilden?

Abbildung 11: Grundvorstellungen zu Operationen.

Weiteres zum *Operationsverständnis* bei Lernstand 5 und die ausführlichen Beschreibungen der Lernstandsstufen sind nachzulesen im Dokument „Mathematik - Erläuterungen zu Testbereichen und Stufenmodell“, welches im Online-Portal Lernstandserhebungen zur Verfügung steht.

2.2 Wie kann man mögliche Förderbedarfe feststellen?

Hat man festgestellt, auf welcher Stufe die Lernenden jeweils stehen, kann man über die Art der Förderung entscheiden (vgl. Abbildung 12).

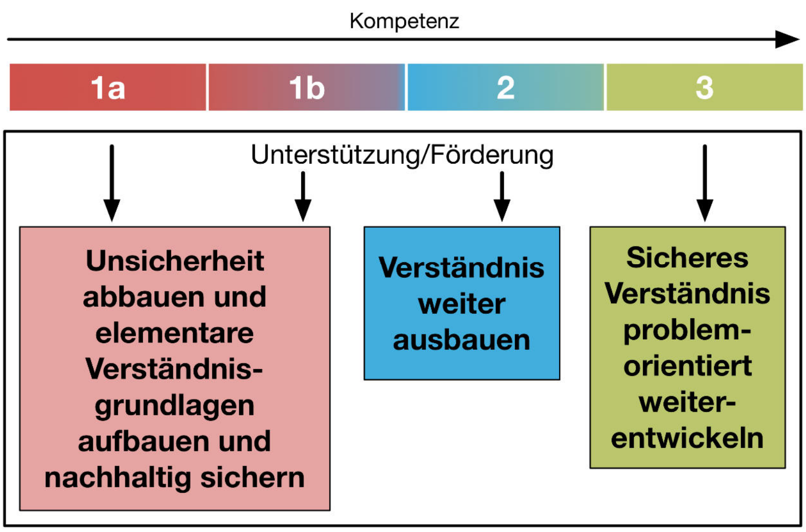


Abbildung 12: An stufenspezifische Bedürfnisse angepasste Förderung.

Der Test von Lernstand 5 ist so aufgebaut, dass die Zugehörigkeit zu einer Stufe durch mehrere Aufgaben überprüft wird. Außerdem wird in jedem Jahr bei Lernstand 5 durch die vorausgehende Pilotierung (d. h. durch Erprobung der Aufgaben an einer sehr großen Anzahl von Schülerinnen und Schülern) sichergestellt, dass die Aufgaben zueinander passen und damit für die Diagnose geeignet sind.

Der Test ist so aufgebaut, dass Schülerinnen oder Schüler, die einer bestimmten Stufe zugeordnet sind, bei allen Aufgaben auf höherer Stufe größere Schwierigkeiten haben. Es kommt also nur sehr selten vor und ist für die Diagnosegenauigkeit des Tests nicht erheblich, dass Lernende einmal eine Aufgabe auf höherer Stufe lösen, aber eine darunterliegende nicht. Aus der Gesamtzahl der gelösten Aufgaben, die gelöst werden, lässt sich mit einer bestimmten Sicherheit die Lernstandsstufe im Bereich der Operationsvorstellung ermitteln – auch ohne dass man jede einzelne Aufgabe analysieren muss.

Am Beispiel eines vollständigen Tests zum Bereich Operationsverständnis soll dies illustriert werden. Diesen Test können Sie jederzeit bei einer Lerngruppe einsetzen. Wie Sie ihn selbst auswerten und interpretieren können, ist hier ebenfalls erklärt. Eine Kopiervorlage für den Klasseneinsatz finden Sie im Anhang.

In den Abbildungen 13 – 17 sind mögliche Schülerlösungen dargestellt. Die Aufgaben sind hier bereits je Lernstandsstufe zusammengefasst in der Reihenfolge ihrer Schwierigkeit, d. h. von der untersten Lernstandsstufe 1a bis zur obersten 3 geordnet.

Im Test selbst sind diese Aufgaben in einer anderen Reihenfolge angeordnet und für die Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler auch anders formatiert. Die aufgeführten Lösungshäufigkeiten sind gerundete Werte aus einer landesweiten Pilotierung am Ende der Grundschulzeit und sollen eine ungefähre Einschätzung der Schwierigkeit ermöglichen. Bei einigen Aufgaben ist in der Lösung der Hinweis „nur Rechnung entscheidend“ aufgenommen. Bei solchen Aufgaben wird nur die Rechnung verlangt, jedoch kein Ergebnis, da lediglich erkannt werden soll, welche Rechenoperation anzuwenden ist.

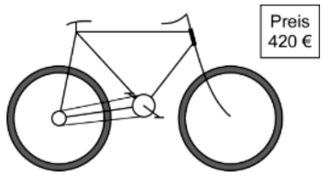
<table>
<tr><td>1a</td><td colspan="2">Stufe 1a:
Einfachste Operationen bei klar strukturierten Situationen verstehen</td></tr>
<tr><td colspan="2">Im Teilltest Aufgabe 1
Lösungshäufigkeit: ca. 95%</td><td>Im Teiltest Aufgabe 7
Lösungshäufigkeit: ca. 95%</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Wie viele Bauklötze haben Dilara und Ruben zusammen? Schreibe deine Rechnung auf.
Rechnung: 5 + 6</td><td>
Der Preis wird um 70 € reduziert. Wie viel kostet das Fahrrad dann?
☐ 420 + 70
☒ 420 – 70
☐ 420 : 70
☐ 420 · 70</td></tr>
</table>

Abbildung 13: Aufgaben zum Operationsverständnis (Stufe 1a). © IBBW.

Bei beiden Aufgaben in Abbildung 13 ist das Situationsmodell unmittelbar im Text benannt („zusammen“, „reduziert“). Die meisten Schülerinnen und Schüler haben das hierfür nötige basale Operationsverständnis in den ersten Grundschuljahren erworben und können hier z. B. die *Grundvorstellung* „Zusammenfassen“ für die Addition in Aufgabe 1 anwenden. Es kann passieren, dass ein Schüler in Aufgabe 1 zählt statt zu rechnen oder bei Aufgabe 7 mit dem Wortverständnis eine Schwierigkeit hat – solche Details können im Test nicht erfasst werden, sondern in einem anschließend geführten, vertieften Diagnosegespräch.

Die Beispielschülerin hat hier beide Aufgaben richtig gelöst.

1b	**Stufe 1b:** **Elementare Operationen verstehen**
Im Teiltest Aufgabe 2 *Lösungshäufigkeit: ca. 90%*	Im Teiltest Aufgabe 8 *Lösungshäufigkeit: ca. 90%*
Lara erhält jeden Monat 15 € Taschengeld. Sie rechnet aus, wie viel Taschengeld sie in einem Jahr (12 Monate) erhält. Schreibe deine Rechnung auf. *Rechnung:* 15 · 12 = 132	Georg ist beim Brettspiel 49 Felder vorgerückt. Vom Start bis zum Ziel sind es insgesamt 68 Felder. Wie viele Felder ist Georg noch vom Ziel entfernt? Schreibe deine Rechnung auf. *Rechnung:* 49 + 68 = 117

Abbildung 14: Aufgaben zum Operationsverständnis (Stufe 1b). © IBBW.

Um die Aufgaben in Abbildung 14 zu lösen, muss erst ein passendes Situationsmodell gefunden werden: „in einem Jahr" weist bei Aufgabe 2 auf ein Vervielfachen hin, „entfernt" bei Aufgabe 8 muss als Frage nach dem Abstand oder dem Unterschied aufgefasst werden. Erst dann kann richtig gerechnet werden.

Unsere Beispielschülerin hat 15 · 12 als richtige Rechnung für die Situation erkannt, indem sie vermutlich auf die *Grundvorstellung* „zeitlich wiederholte Handlungen" zurückgegriffen, aber falsch gerechnet hat. Das soll im Test nicht gewertet werden. Sie hat allerdings die Situation rechts mit 49 + 68 übersetzt und daher entweder ein falsches Situationsmodell gehabt (49 Felder und noch weitere 68 von der Position bis zum Ziel) oder die Vorstellung vom Unterschied zwar gehabt, aber nicht mit der Subtraktion verbunden. Es kann natürlich auch unaufmerksames Lesen sein, beim zweiten Lesen oder bei Rückfrage kann sie die Aufgabe womöglich richtig lösen .

2	**Stufe 2:** **Verknüpfte bzw. mehrschrittige Operationen verstehen**	
Im Teiltest Aufgabe 14 *Lösungshäufigkeit: ca. 75%*	Im Teiltest Aufgabe 3 *Lösungshäufigkeit: ca. 60%*	Im Teiltest Aufgabe 9 *Lösungshäufigkeit: ca. 60%*
Tim hat 100 Euro. Er hat 5-mal so viel wie Michael. Wie viel Euro hat Michael? Schreibe deine Rechnung auf. *Rechnung:* 100 : 5 = 20	Nina kauft sich jede Woche ein Rätselheft. Nach 3 Wochen hat sie 6 Euro ausgegeben. Wie viel hat sie nach 12 Wochen ausgegeben? Schreibe dein Ergebnis auf. *Ergebnis:* 24 Euro	Konditor Süß hat 125 Pralinen hergestellt. Es werden immer 8 Pralinen in ein Tütchen verpackt. Wie viele Pralinen bleiben übrig? Schreibe dein Ergebnis auf. *Ergebnis:* 5 Pralinen

Abbildung 15: Aufgaben zum Operationsverständnis (Stufe 2). © IBBW.

Abbildung 15 zeigt vergleichsweise einfache Aufgaben auf der Stufe 2. Auch hier muss wieder ein passendes Situationsmodell und dann eine geeignete Operation gefunden werden. Dies ist aber nicht mehr so deutlich in der Aufgabe ausgedrückt.

Bei Aufgabe 14 muss das „5-mal", das oberflächlich betrachtet eine Multiplikation nahelegen würde, so verstanden werden, dass zur Bestimmung von Michaels Geldbetrag geteilt werden muss. Bei Aufgabe 3 kann man auf eine Woche zurückrechnen (divideren) oder gleich verstehen, dass man „hochrechnen" kann (mit 12 : 3 = 4 multiplizieren).

Bei Aufgabe 9 muss die Vorstellung vom Vervielfachen und vom Rest (Unterschied) kombiniert werden. Hier können Lernende durchaus schrittweise denken und rechnen, aber sie brauchen zusätzlich eine Vorstellung von einer nicht mehr einfachen Situation. Man erkennt hier auch, dass die Fähigkeit, mit Operationen flexibel umzugehen, die Voraussetzung dafür ist, auch bei Brüchen oder negativen Zahlen ein Verständnis zu entwickeln.

Unsere Beispielschülerin hat diese drei Aufgaben richtig bearbeitet und daher in den leichtesten sieben Aufgaben des Tests insgesamt 6 Punkte erreicht. Bei den weiteren Aufgaben dieser Stufe hat sie aber keinen Erfolg mehr, wie die folgende Abbildung 16 zeigt:

2	**Stufe 2:** **Verknüpfte bzw. mehrschrittige Operationen verstehen**	
Im Teiltest Aufgabe 5 *Lösungshäufigkeit: ca. 45%*	Im Teiltest Aufgabe 10 *Lösungshäufigkeit: ca. 60%*	Im Teiltest Aufgabe 13 *Lösungshäufigkeit: ca. 50%*
43 Gummibärchen sollen möglichst gerecht an 5 Kinder verteilt werden. Wie viele Kinder erhalten ein Gummibärchen weniger? Schreibe dein Ergebnis auf. *Ergebnis*: 3 Kinder	Auf dem Markt kosten 200 g Walnüsse 3 Euro. ☒ 400 g kosten 5 Euro. ☐ 50 g kosten 1 Euro. ☐ 700 g kosten 10 Euro. ☐ 1000 g kosten 15 Euro.	Ralf wohnt 4 km von der Schule entfernt. Den Weg zur Schule und zurück fährt er mit dem Fahrrad. Wie viele Kilometer fährt er in 5 Tagen? Schreibe dein Ergebnis auf. *Ergebnis*: 20 Kilometer

Abbildung 16: Aufgaben zum Operationsverständnis (Stufe 2). © IBBW.

Bei diesen Aufgaben wird weiterhin ein komplexeres Situationsmodell benötigt, bei Aufgabe 5 ist eine direkte Übersetzung nochmals schwieriger, weil der Rest der Gummibärchen auf den Rest der Kinder verteilt wird, also nochmals ein Unterschied gefragt ist. Bei Aufgabe 10 müssen zwei Größen simultan vervielfacht werden und bei Aufgabe 13 besteht der Weg aus zwei gleichen Teilen, die Zahlenangabe „4 km" ist also nur der halbe Weg. Nur wer sich die Teile oder Teilhandlungen solcher Situationen vorstellen kann und jeweils passende Operationen dazu findet, kann diese Aufgabe lösen. Die Lösungshäufigkeiten zeigen, dass Schülerinnen und Schüler bei weitem nicht mehrheitlich in der Lage sind, so flexibel mit den Grundrechenarten umzugehen – auch wenn sie womöglich sicher im schriftlichen Rechnen sind. Die Bewältigung solcher Anforderungen ist jedoch nötig, wenn Lernende beispielsweise beim Vergleichen von Brüchen oder beim proportionalen Denken verständig vorgehen sollen.

Möglicherweise hat unsere Beispielschülerin, die bei diesen Aufgaben nicht mehr sicher ist, keine grundsätzlichen Schwierigkeiten: Sie kann solche Situationen möglicherweise besser verstehen, wenn sie diese selbst verbalisiert oder wenn sie angehalten wird, eine Skizze anzufertigen. Vielleicht hat sie in der Grundschule aber auch zu selten solche Aufgabenformate bearbeitet und nur sehr schematisch gerechnet und braucht nun nur noch ein wenig mehr Erfahrung. Dies kann man in einer vertieften Diagnose feststellen und dann abschätzen, ob eine möglicherweise kurze Förderung ausreichend sein könnte.

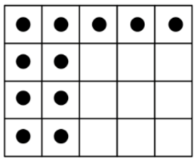
3	**Stufe 3:** **Operationen bei komplexen und problemhaltigen Situationen verstehen und flexibel anwenden**	
Im Test Aufgabe 11 *Lösungshäufigkeit: ca. 35%*	Im Test Aufgabe 12 *Lösungshäufigkeit: ca. 30%*	Im Test Aufgabe 6 *Lösungshäufigkeit: ca. 20%*
 Welche Rechnung passt zum Bild? ☒ 11 – 9 ☐ 20 – 3 – 3 ☐ 11 – 3 · 3 ☐ 20 – 9	Tabea hat 17 Euro gespart, Carl 25 Euro. Carl gibt Tabea 3 Euro ab. Wie viel Euro hat Carl jetzt nur noch mehr? Schreibe dein Ergebnis auf. *Ergebnis*: 5 Euro	Max und Finn haben in der letzten Saison zusammen 40 Tore geschossen. Dabei hat Max 4 Tore mehr als Finn geschossen. Wie viele Tore haben sie jeweils geschossen? Schreibe dein Ergebnis auf. *Ergebnis*: Max: 24 Tore; Finn: 20 Tore

Abbildung 17: Aufgaben zum Operationsverständnis (Stufe 3). © IBBW.

Die Anforderungen der Aufgaben aus Stufe 3 in Abbildung 17 sind auf eine grundsätzliche Weise höher als die der vorigen Stufe.

Bei Aufgabe 11 kann man viele verschiedene Deutungen vornehmen, wie die Rechnung mit dem Bild zusammenhängt. Dass hier etwas vervielfacht und dann abgezogen wird, ist dem statischen Bild nicht anzusehen, man muss es in das Bild „hineinlesen". Solche Fähigkeiten helfen dabei, ein flexibles Operationsverständnis aufzubauen, weswegen sie von manchen Lehrkräften sogar intensiv genutzt werden. In der weiterführenden Schule haben es die Schülerinnen und Schüler dann leichter, Situationen mit Variablen und Termen zu beschreiben, da das algebraische Denken hier schon angebahnt ist und die Schülerinnen und Schüler über wertvolle Vorerfahrungen verfügen.

Bei Aufgabe 12 hat ein Vorgang zwei Auswirkungen, die beachtet werden müssen. Würde man die Aufgabe ohne die konkreten Beträge stellen und nur die Differenz von 8 Euro zu Beginn nennen, wäre die Aufgabe noch schwieriger. Dass sie aber auch in dieser Weise nur von 30% gelöst wird, deutet an, dass die Lernenden hier wohl sehr selten z. B. selbstständig konkrete Zwischenschritte aufschreiben, um sich die Situation zu erschließen.

Aufgabe 6 erfordert in hohem Maße probemlösendes Denken, da es für die Schülerinnen und Schüler selbst bei einem richtigen Situationsmodell keine direkte Übersetzung in eine Rechenoperation gibt. Die meisten Lernenden greifen daher zum systematischen Probieren.

Unsere Beispielschülerin hat bei diesen Aufgaben nur geraten, sie hätte dabei durchaus auch einmal zufällig richtig liegen können.

Auswertung

Natürlich können Sie die Lösungen in diesem Testbereich insgesamt ansehen und Schlüsse daraus ziehen. Sie können aber auch eine schnelle Auswertung durchführen, indem Sie die Anzahl der gelösten, also erfolgreich bearbeiteten Aufgaben ermitteln.

Die Beispielschülerin hat 6 Aufgaben erfolgreich bearbeitet und steht somit nach der Auswertung mit einiger Sicherheit auf der Stufe 2 des Operationsverständnisses (vgl. Abbildung 18). Unsicherheiten sind dabei immer möglich, mehr Informationen über mögliche Ursachen oder genauere Stärken und Schwächen erhält man bei einer vertieften individuellen Diagnose (s. dazu Abschnitt 3.3).

Stufen im Operationsverständnis bei Lernstand 5		
3	**Operationen bei komplexen und problemhaltigen Situationen verstehen und flexibel anwenden** Zu den vier Grundrechenarten müssen unterschiedliche Grundvorstellungen aktiviert und miteinander verknüpft werden, um Situationen von ausgeprägter Komplexität und Problemhaltigkeit in mehrschrittige Rechenoperationen zu übersetzen. Die Verkettung der einzelnen Rechenschritte ergibt sich erst über eine gedankliche Konstruktion der Situation und kann nicht durch ein schrittweises Vorgehen gelöst werden. Ein passender Lösungsweg muss erst konstruiert werden, da die mathematische Struktur der vorliegenden Situation in der Regel nicht vertraut ist.	Anzahl gelöster Aufgaben im Teiltest: **11- 14**
2	**Verknüpfte bzw. mehrschrittige Operationen verstehen** Lösungswege sind mehrschrittig, z. B. wenn beim Teilen ein Rest interpretiert werden muss und mehrere Grundvorstellungen miteinander verknüpft werden müssen. Die dargestellte Situation muss stets in einem ersten Schritt gedanklich strukturiert und vereinfacht werden. So müssen die vorgegebenen Zahlen oder Größen zunächst zueinander in Beziehung gesetzt oder relevante von irrelevanter Information getrennt werden. Oberflächliche Informationen wie Signalwörter und die Reihenfolge der vorgegebenen Werte bieten keine Hinweise auf die passende Operation, z. B. in Vergleichsaufgaben mit nicht angegebener Vergleichsgröße.	Anzahl gelöster Aufgaben im Teiltest: **6 - 10**
1b	**Elementare Operationen verstehen** Benötigt werden Grundvorstellungen zu den vier Rechenarten (u. a. auch Ergänzen, Aufteilen, Verteilen) bei der Übersetzung einfacher Problemstellungen in einschrittige Rechenoperationen. Die Situationen beziehen sich dabei nicht nur auf Anzahlen und Größe konkret vorliegender Objekte, sondern auch auf abstrakte Beziehungen zwischen Größen und Zahlen, z. B. Unterschiede im Gewicht. Signalwörter oder die Reihenfolge der genannten Werte können nicht mehr durchgängig als Hinweis auf passende Operationen genutzt werden. Daher muss vor der Aktivierung einer Grundvorstellung eine einfache gedankliche Strukturierung der dargestellen Situation erfolgen.	Anzahl gelöster Aufgaben im Teiltest: **4 - 5**
1a	**Einfachste Operationen bei klar strukturierten Situationen verstehen** Benötigt werden einfachste Grundvorstellungen zur Addition (z. B. Zusammenfügen), Subtraktion (z. B. Wegnehmen) und Multiplikation (z. B. räumlich wiederholte Anordnung) um konkret fassbare Realsituationen mit passenden Signalwörtern in eine einschrittige Rechenoperation zu übersetzen. Die Situation ist ummittelbar verständlich und muss nicht erst strukturiert werden. So sind die Werte. z. B. in der Rechenreihenfolge angegeben (z. B. „von fünf drei abgeben“ statt „drei von fünf abgeben“). Grundvorstellungen im Bereich der Division können auf diesem Niveau noch nicht hinreichend sicher genutzt werden.	Anzahl gelöster Aufgaben im Teiltest: **0 - 3**

Abbildung 18: Stufenmodell Operationsverständnis bei Lernstand 5 (Beschreibungen gekürzt). © IBBW.[10]

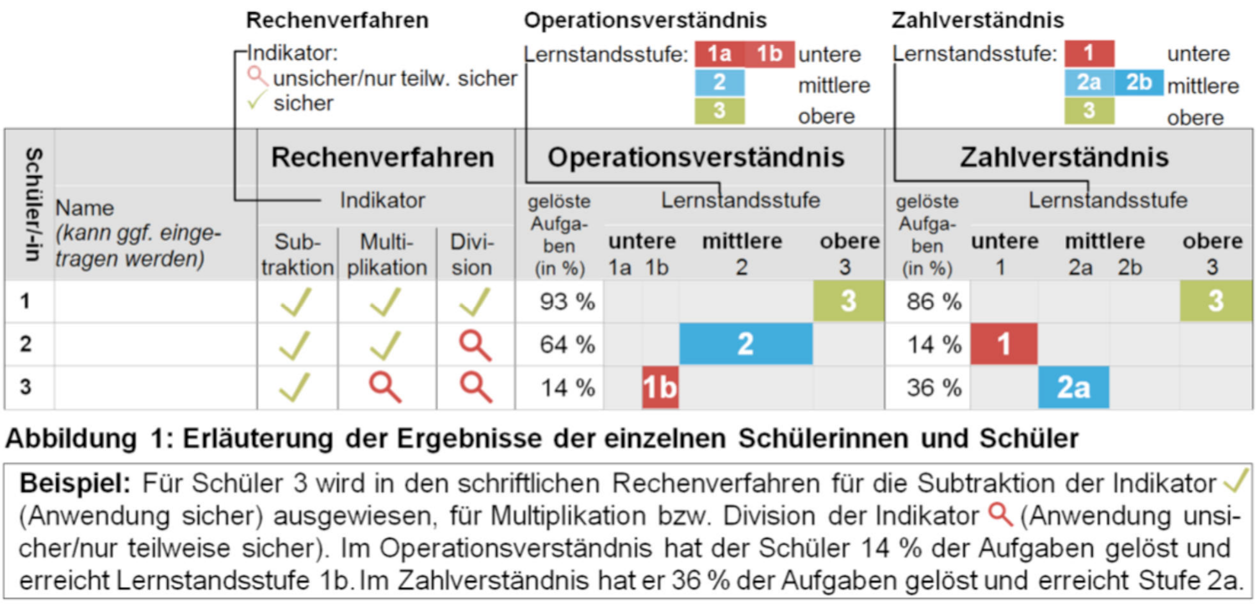
[10] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016, S. 6ff.

Auch für den Bereich des Zahlverständnisses ist eine ähnliche Diagnose möglich. Beschreibungen des Stufenmodells im Zahlverständnis und illustrierende Beispielaufgaben finden Sie in Lernstand 5 – Mathematik. Erläuterungen zu Testbereichen und Stufenmodellen[11].

Bei den schriftlichen Rechenverfahren wird nur ein „Screening-Verfahren“ angewendet, um keine Überlastung durch den Gesamttest zu erzeugen. Dafür ist die Genauigkeit der Aussage auch nicht so hoch. Es lassen sich jedoch anhand der Schülerlösungen Hinweise ableiten, welche Probleme mit dem Übertrag auf welcher Stufe entscheidend sind. Hierzu sind weitere Ausführungen, u. a. zu den stufenrelevanten Aufgabenmerkmalen, im oben genannten Dokument[12] und in den Auswertungsanleitungen für die Lehrkräfte enthalten, welche den Lehrkräften in Baden-Württemberg zur Verfügung gestellt werden.

Die Lehrkräfte von Baden-Württemberg geben in das Online-Portal Lernstandserhebungen[13] für jede Schülerin und jeden Schüler an, welche Aufgabe gelöst bzw. nicht gelöst wurde und bekommen dann umgehend eine ausführliche Ergebnisrückmeldung zu ihrer Klasse.

Die folgende Abbildung 19 zeigt beispielhaft, wie die Ergebnisrückmeldung in den drei Testbereichen auf Schülerebene aussieht:


Rechenverfahren – Indikator: 🔍 unsicher/nur teilw. sicher; ✓ sicher

Operationsverständnis – Lernstandsstufe: 1a 1b untere; 2 mittlere; 3 obere

Zahlverständnis – Lernstandsstufe: 1 untere; 2a 2b mittlere; 3 obere

Schüler/-in	Name (kann ggf. eingetragen werden)	Rechenverfahren – Indikator: Subtraktion	Multiplikation	Division	Operationsverständnis – gelöste Aufgaben (in %)	Lernstandsstufe untere 1a	untere 1b	mittlere 2	obere 3	Zahlverständnis – gelöste Aufgaben (in %)	Lernstandsstufe untere 1	mittlere 2a	mittlere 2b	obere 3
1		✓	✓	✓	93 %				3	86 %				3
2		✓	✓	🔍	64 %			2		14 %	1			
3		✓	🔍	🔍	14 %		1b			36 %		2a		

Abbildung 1: Erläuterung der Ergebnisse der einzelnen Schülerinnen und Schüler

Beispiel: Für Schüler 3 wird in den schriftlichen Rechenverfahren für die Subtraktion der Indikator ✓ (Anwendung sicher) ausgewiesen, für Multiplikation bzw. Division der Indikator 🔍 (Anwendung unsicher/nur teilweise sicher). Im Operationsverständnis hat der Schüler 14 % der Aufgaben gelöst und erreicht Lernstandsstufe 1b. Im Zahlverständnis hat er 36 % der Aufgaben gelöst und erreicht Stufe 2a.

Abbildung 19: Ergebnisrückmeldung.

[11] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016a, S. 12ff

[12] Ebd. S. 2ff

[13] https://www.lernstandserhebungen-bw.de

3 Die Fördermaterialien und ihre Umsetzung an der Schule

3.1 Fördermaterialien zum Operationsverständnis

Die oben angesprochenen Fördermaterialien zum Operationsverständnis verfolgen – entsprechend den unterschiedlichen individuellen Bedürfnissen der Lernenden auf den einzelnen Stufen – verschiedene Förderziele:

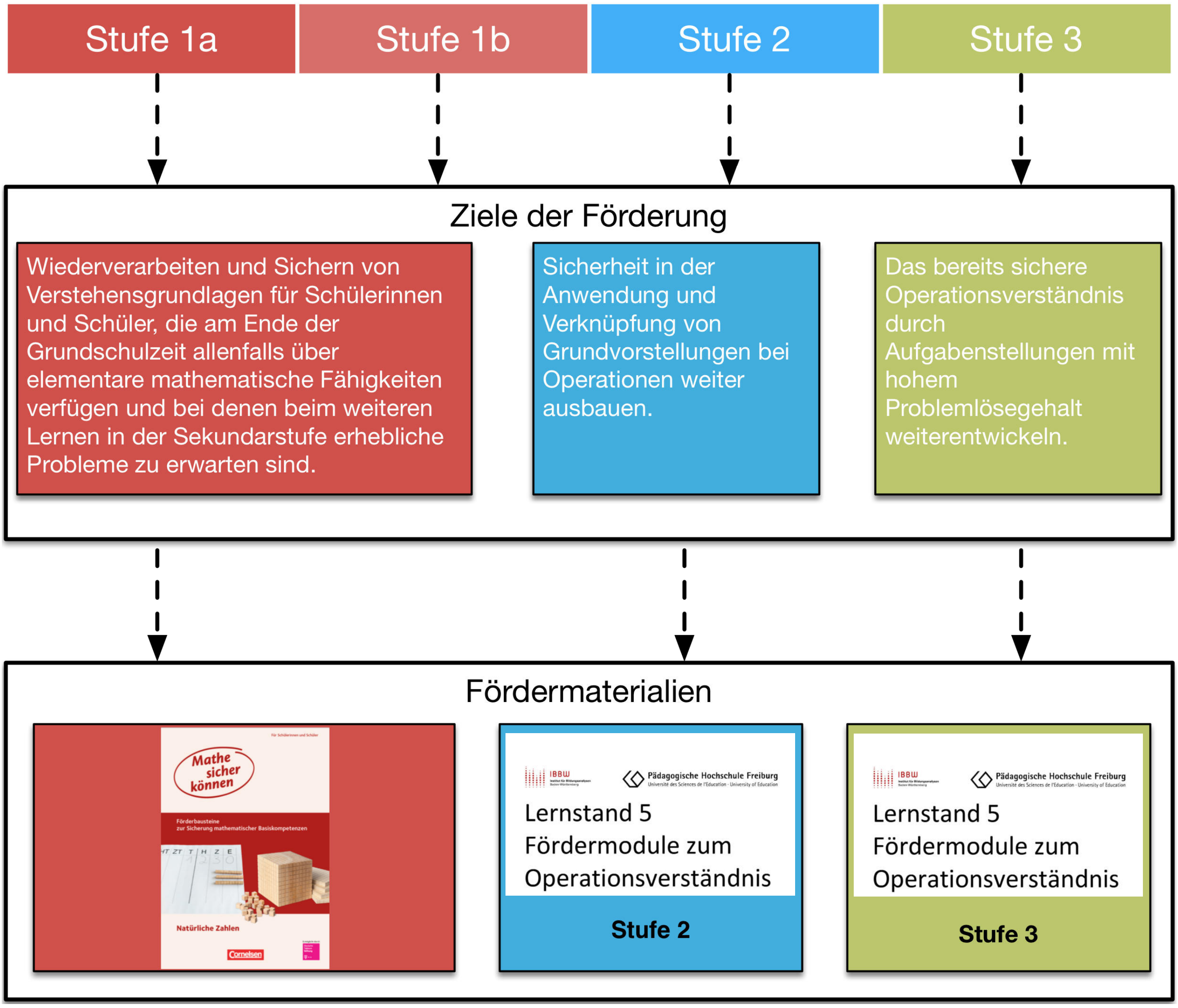


Abbildung 20: Fördermaterialien, passend zu den stufenspezifischen Bedürfnissen.

Das Material von *Mathe sicher können* findet für den unteren Bereich Anwendung, weil es sehr gut erprobt ist. Die Lernstand 5 - Fördermaterialien zum Operationsverständnis schließen die Lücke für den oberen Bereich. Somit ist eine Förderung aller Schülerinnen und Schüler möglich.

Mathe sicher können bietet auch Fördermaterialien für den Testbereich *Zahlverständnis* an, welche für Schülerinnen und Schüler der unteren Lernstandsstufen in diesem Testbereich empfohlen werden. *[Nachtrag: Zudem kann das Zahlverständnis ab dem Schuljahr 2021/22 mit dem Fördermodul „Stellenwertverständnis festigen und vertiefen“ in alle Stufen gefördert werden, das über das Online-Portal zur Verfügung gestellt wird.]* Darum wird im Folgenden punktuell auch die Förderung im Bereich *Zahlverständnis* thematisiert.

3.2 Fördermaterial für Stufe 1
Mathe sicher können — Natürliche Zahlen (Selter u. a. 2014)

3.2.1 Was kann gefördert werden?

Zahlverständnis (Stufe 1)

Inhalt der Förderbausteine N1 (N1A, N1B) und N2 (N2A – N2C):

Zahlverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen			
N1	Stellenwerte verstehen *(Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)*		
	N1 A	Ich kann Zahlen mit Material lesen und darstellen	21
H Z E / 1 11 3	**N1 B**	Ich kann bündeln und entbündeln	30
N2	Zahlen ordnen und vergleichen *(Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)*		
0	**N2 A**	Ich kann Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen	40
765 < 7 _ 5	**N2 B**	Ich kann Zahlen miteinander vergleichen und der Größe nach ordnen	49
9 047	**N2 C**	Ich kann zu Zahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen	58

Abbildung 21: Zahlenverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen.[14]
© Cornelsen, Mathe sicher können.

Operationsverständnis (Stufen 1a und 1b)

Inhalt der Förderbausteine N3 (N3A) und N4 (N4A, N4B):

Operationsverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen			
N3	Addition und Subtraktion verstehen *(Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)*		
	N3 A	Ich kann Additions- und Subtraktions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	67
N4	Multiplikation und Division verstehen *(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)*		
	N4 A	Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	78
	N4 B	Ich kann Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	89

Abbildung 22: Operationsverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen.[15]
© Cornelsen, Mathe sicher können.

[14] Selter u.a. 2014, Inhaltsverzeichnis.

[15] Ebd.

3.2.2 Wie setze ich die Materialien ein?

1. Zuerst erfolgt – im Wesentlichen für die Schülerinnen und Schüler auf den Stufen 1 (ZV) bzw. 1a und 1b (OV) – eine *vertiefende individuelle Diagnose* mithilfe der Standortbestimmungen und evtl. ein anschließendes oder begleitendes Diagnoseinterview.
2. Aus den Ergebnissen der Standortbestimmungen ergeben sich daran anknüpfende Förderaufgaben in den Förderbausteinen.
3. Die anschließende Bearbeitung der Förderaufgaben findet im Kleingruppenunterricht statt (eine ausführlichere Beschreibung „Wie kann man mit *Mathe sicher können* arbeiten?“ finden Sie bei Umsetzungsbeispiel 1[16]).

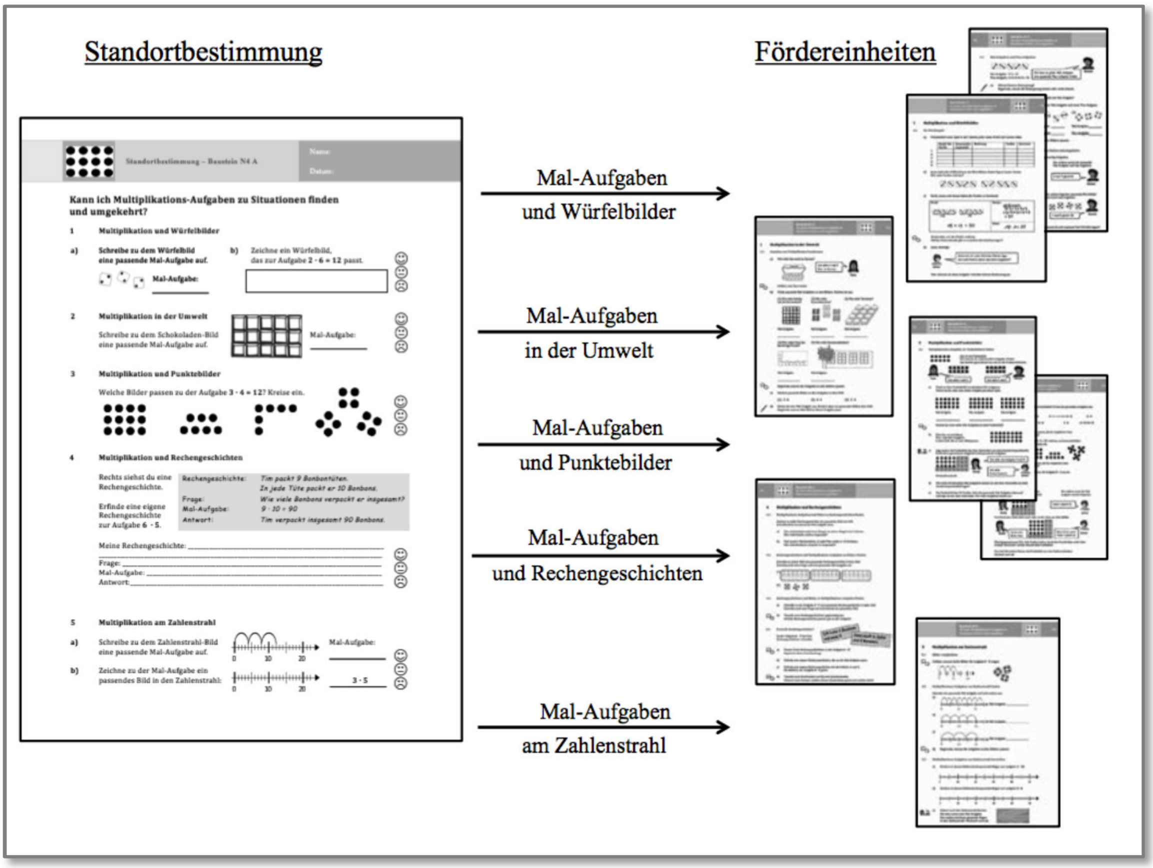


Abbildung 23: Diagnose und anknüpfende Fördereinheiten.[17] © Cornelsen, Mathe sicher können.

[16] Einen Überblick über das Diagnose- und Fördermaterial von *Mathe sicher können* finden Sie unter https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/367/inhalte-der-diagnose-und-förderbausteine/überblick-über-die-im-projekt-entstehenden

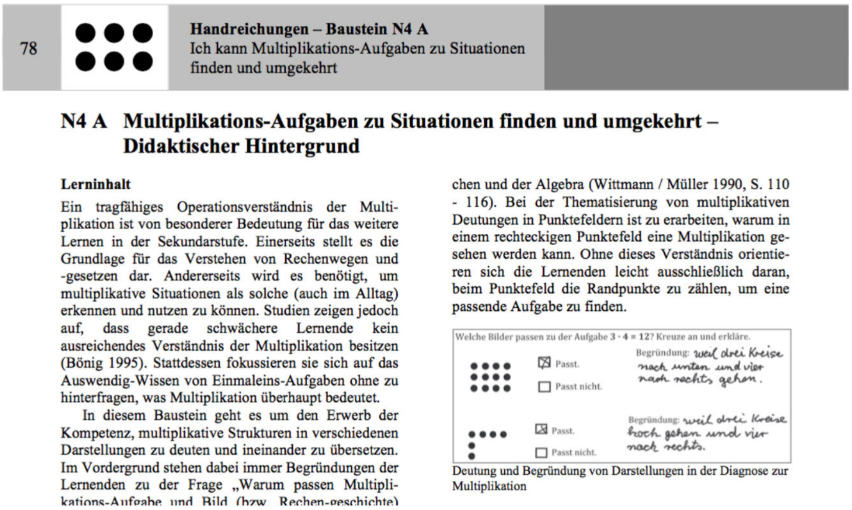
[17] Selter u.a. 2014, S. 8.

Fördermaterial für Stufe 1

3.2.3 Welche Hinweise zum Einsatz der Materialien gibt es?

In den Handreichungen der Bausteine finden Sie folgende Hinweise:

- Didaktischer Hintergrund (vgl. Abbildung 24)
    - Lerninhalt
    - Veranschaulichung und Material
    - Aufbau der Förderung
    - Weiterführende Literatur
- Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung (vgl. Abbildung 25)
    - Hinweise zur Auswertung mit typischen Fehlern, möglichen Ursachen und fokussierten Hinweisen zur Förderung



78 Handreichungen – Baustein N4 A
Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt

N4 A Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt – Didaktischer Hintergrund

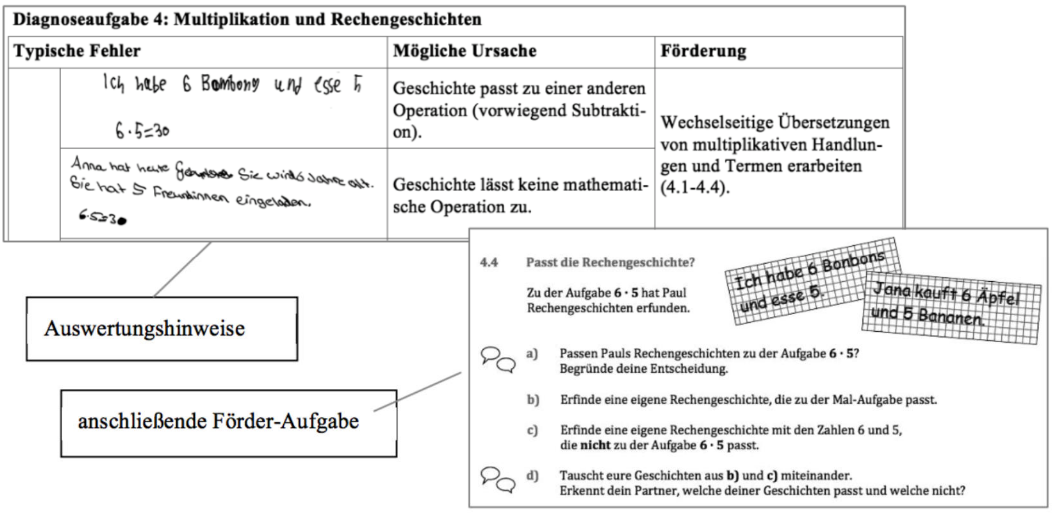
Lerninhalt

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Multiplikation ist von besonderer Bedeutung für das weitere Lernen in der Sekundarstufe. Einerseits stellt es die Grundlage für das Verstehen von Rechenwegen und -gesetzen dar. Andererseits wird es benötigt, um multiplikative Situationen als solche (auch im Alltag) erkennen und nutzen zu können. Studien zeigen jedoch auf, dass gerade schwächere Lernende kein ausreichendes Verständnis der Multiplikation besitzen (Bönig 1995). Stattdessen fokussieren sie sich auf das Auswendig-Wissen von Einmaleins-Aufgaben ohne zu hinterfragen, was Multiplikation überhaupt bedeutet.

In diesem Baustein geht es um den Erwerb der Kompetenz, multiplikative Strukturen in verschiedenen Darstellungen zu deuten und ineinander zu übersetzen. Im Vordergrund stehen dabei immer Begründungen der Lernenden zu der Frage „Warum passen Multiplikations-Aufgabe und Bild (bzw. Rechen-geschichte) chen und der Algebra (Wittmann / Müller 1990, S. 110 - 116). Bei der Thematisierung von multiplikativen Deutungen in Punktefeldern ist zu erarbeiten, warum in einem rechteckigen Punktefeld eine Multiplikation gesehen werden kann. Ohne dieses Verständnis orientieren sich die Lernenden leicht ausschließlich daran, beim Punktefeld die Randpunkte zu zählen, um eine passende Aufgabe zu finden.

Deutung und Begründung von Darstellungen in der Diagnose zur Multiplikation

Abbildung 24: Didaktischer Hintergrund (Beispiel). [18] *© Cornelsen, Mathe sicher können.*



Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Ich habe 6 Bombons und esse 5 6 · 5 = 30	Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).	Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1-4.4).
Anna hat heute Geburtstag. Sie wird 6 Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen. 6 · 5 = 30	Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.	

Abbildung 25: Diagnoseaufgaben (Beispiel). [19] *© Cornelsen, Mathe sicher können.*

[18] Ebd., S. 78.

[19] Ebd., S. 81 & S. 9.

3.3 Fördermaterial für Stufe 2 und Stufe 3

Fördermodule zum Operationsverständnis

3.3.1 Was kann gefördert werden?

Die Fördermodule für die Stufen 2 und 3 fördern vorrangig das Verständnis der Multiplikation und der Division sowie das Nutzen mehrschrittiger Operationen. Weitergehend werden Texterfassung und Problemlösefähigkeit gefördert. Den bislang vier Fördermodulen liegen dabei unterschiedliche Förderideen zugrunde:

- **Fördermodul „Multiplikative Strukturen in Punktefeldern erkennen und nutzen“**

Punktefelder sind eine bereits vereinfachte Situationsvorstellung für mathematische Strukturen.

Sie fördern Grundvorstellungen zur Multiplikation und zum flexiblen Rechnen, indem Schülerinnen und Schüler zwischen den Punktefeldern und passenden Rechnungen hin- und herwechseln.

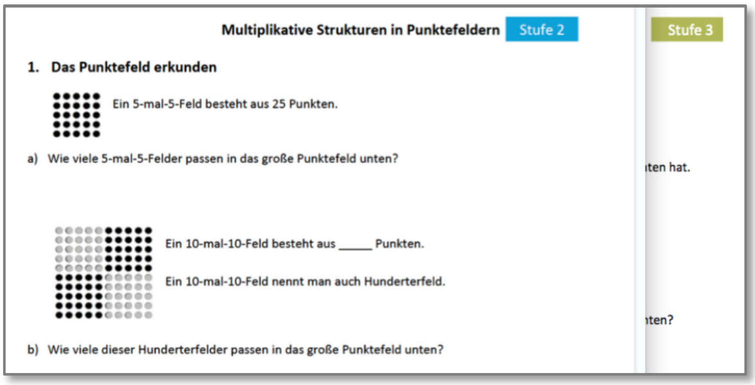


Abbildung 26: Multiplikative Strukturen in Punktefeldern.[20] © IBBW.

- **Fördermodul „Sachaufgaben mit Skizzen lösen“**

Skizzen helfen, Sachaufgaben zu verstehen und eine (individuelle) Situationsvorstellung zu entwerfen.

Mithilfe von Skizzen lässt sich oftmals die mathematische Struktur einer Sachsituation leichter erkennen.

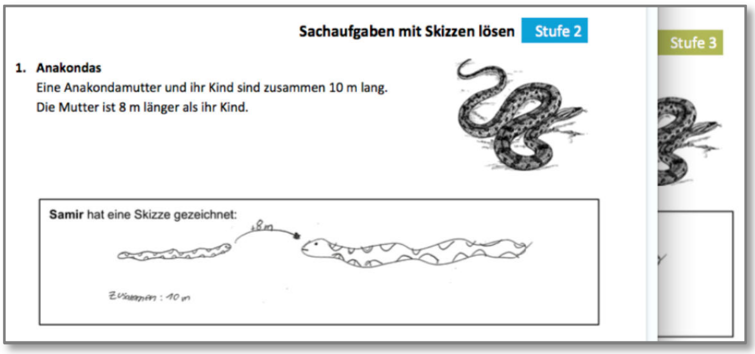


Abbildung 27: Sachaufgaben mit Skizzen lösen.[21] © IBBW.

[20] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016b.

[21] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016c.

- **Fördermodul „Problemlösen bei verknüpften Operationen – Sprünge am Zahlenstrahl"**

„Sprünge am Zahlenstrahl" sind ein leicht zugänglicher Kontext für die Förderung des komplexeren Operationsverständnisses.

Indem Schülerinnen und Schüler Probleme zu „Sprüngen am Zahlenstrahl" lösen, vertiefen sie ihre Grundvorstellungen zur Multiplikation als Vorstellung der fortgesetzten Addition (räumlich oder zeitlich wiederholt) und zur Division, insbesondere das Aufteilen (auch mit Rest).

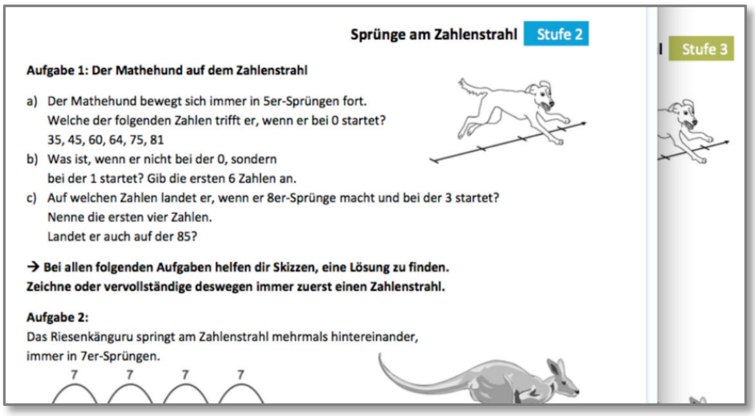


Abbildung 28: Sprünge am Zahlenstrahl.[22] © IBBW.

- **Fördermodul „Strategien in offenen problemorientierten Sachaufgaben"**

Durch systematisches Probieren sowie Verwendung von Skizzen gelingt die Strukturierung der Aus-gangssituation.

Die Schülerinnen und Schüler lernen durch die Übersetzungsprozesse einen Bezug zwischen den verwendeten Rechenoperationen und deren spezifischer Bedeutung in der Problemsituation herzustellen.

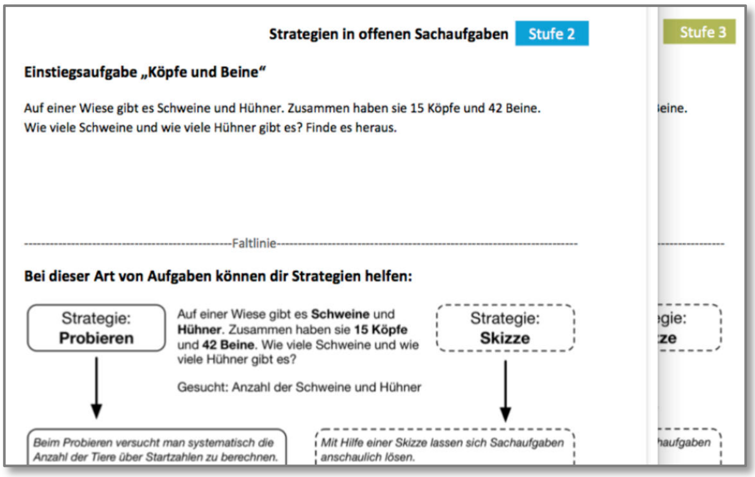


Abbildung 29: Strategien in offenen Sachaufgaben.[23] © IBBW.

[22] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016d.

[23] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016e.

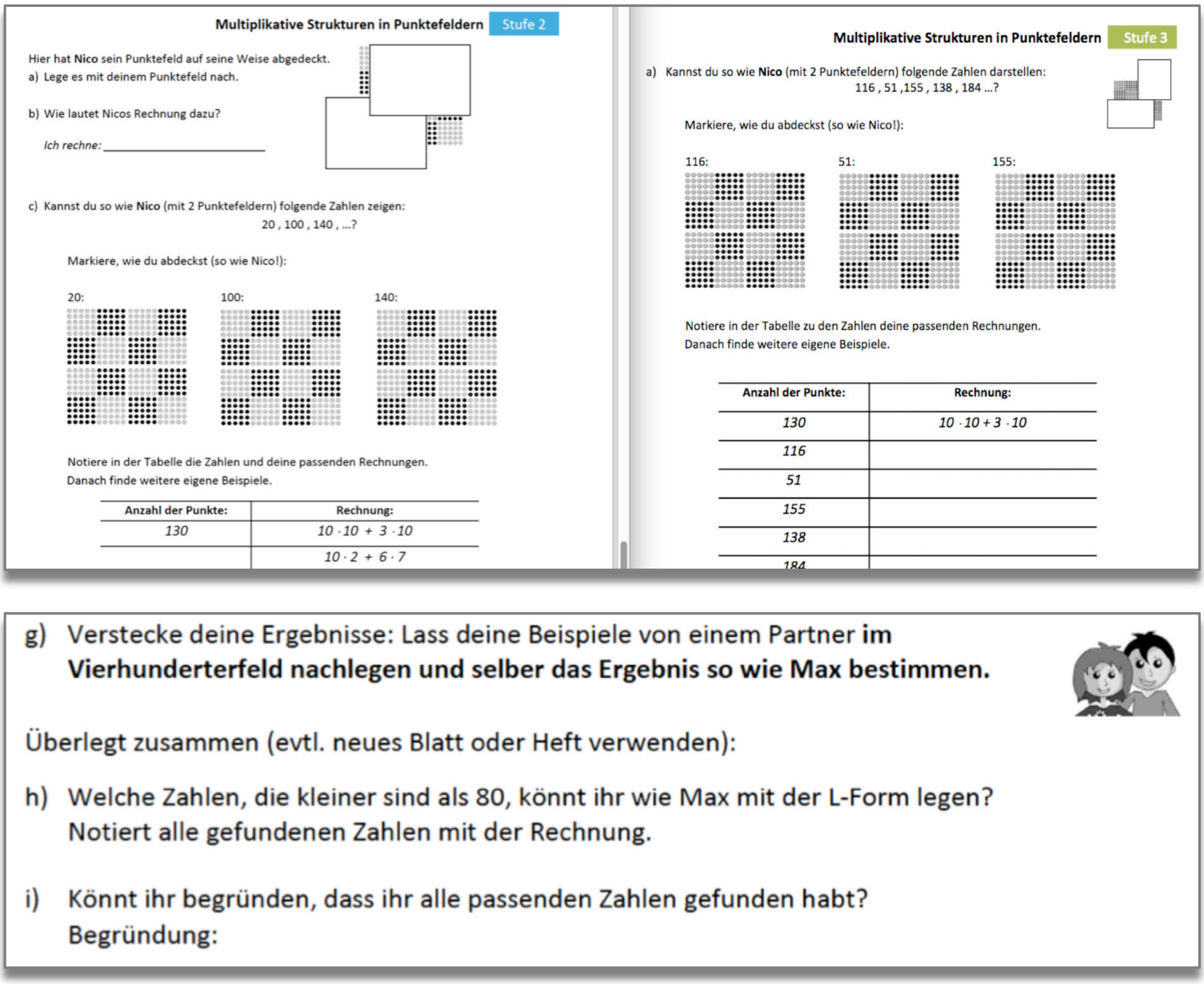
Fördermaterial für Stufe 2 und Stufe 3

Lernstand 5
Fördermodule zum
Operationsverständnis

3.3.2 Wie setze ich die Materialien ein?

Die Fördermodule sind für den kooperativen Klassenunterricht konzipiert. Jedes Fördermodul ist für etwa eine Doppelstunde ausgelegt.

- Parallelaufgaben, die an den spezifischen Förderbedarfen von Stufe 2 bzw. Stufe 3 orientiert sind, bieten die Möglichkeit zur stufenspezifischen Förderung.
- Gestufte und selbstdifferenzierende Aufgaben sowie Lösungshinweise und strategische Hilfen bieten Möglichkeiten zur weiteren Differenzierung.
- Kooperatives Arbeiten und Kommunikation sowie der Austausch im lehrermoderierten Klassengespräch ermöglichen gegenseitige Hilfestellung und vertiefen das Verständnis.


Multiplikative Strukturen in Punktefeldern Stufe 2

Hier hat **Nico** sein Punktefeld auf seine Weise abgedeckt.
a) Lege es mit deinem Punktefeld nach.

b) Wie lautet Nicos Rechnung dazu?

Ich rechne: ______________________

c) Kannst du so wie **Nico** (mit 2 Punktefeldern) folgende Zahlen zeigen:
20 , 100 , 140 , …?

Markiere, wie du abdeckst (so wie Nico!):

20: 100: 140:

Notiere in der Tabelle die Zahlen und deine passenden Rechnungen.
Danach finde weitere eigene Beispiele.

Anzahl der Punkte:	Rechnung:
130	$10 \cdot 10 + 3 \cdot 10$
	$10 \cdot 2 + 6 \cdot 7$

Multiplikative Strukturen in Punktefeldern Stufe 3

a) Kannst du so wie **Nico** (mit 2 Punktefeldern) folgende Zahlen darstellen:
116 , 51 ,155 , 138 , 184 …?

Markiere, wie du abdeckst (so wie Nico!):

116: 51: 155:

Notiere in der Tabelle zu den Zahlen deine passenden Rechnungen.
Danach finde weitere eigene Beispiele.

Anzahl der Punkte:	Rechnung:
130	$10 \cdot 10 + 3 \cdot 10$
116	
51	
155	
138	
184	

g) Verstecke deine Ergebnisse: Lass deine Beispiele von einem Partner **im Vierhunderterfeld nachlegen und selber das Ergebnis so wie Max bestimmen.**

Überlegt zusammen (evtl. neues Blatt oder Heft verwenden):

h) Welche Zahlen, die kleiner sind als 80, könnt ihr wie Max mit der L-Form legen?
Notiert alle gefundenen Zahlen mit der Rechnung.

i) Könnt ihr begründen, dass ihr alle passenden Zahlen gefunden habt?
Begründung:

Abbildung 30: Förderaufgaben (Beispiel).[24] © IBBW.

[24] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016b.

Fördermaterial für Stufe 2 und Stufe 3

Lernstand 5
Fördermodule zum
Operationsverständnis

3.3.3 Welche Hinweise zum Einsatz der Materialien gibt es?

In den Handreichungen der Fördermodule finden Sie folgende Hinweise:

- Ziele und Erläuterung
    - Ziele des vorliegenden Fördermoduls
    - Förderidee
    - Bedeutung für das Weiterlernen

1.3 Förderidee

Skizzen helfen, Sachaufgaben zu verstehen und eine (individuelle) Situationsvorstellung zu entwerfen. Mithilfe von Skizzen lässt sich oftmals die mathematische Struktur einer Sachsituation leichter erkennen.

Bei der Bearbeitung einer Sachaufgabe können in verschiedenen Phasen Schwierigkeiten auftreten, die jeweils einer unterschiedlichen Förderung oder ggf. Hilfestellung bedürfen. Eine sinnvolle Hilfestellung ist die Orientierung an den Schritten beim Lösen von Sachaufgaben (Kopiervorlage siehe Anhang).

Die „Schritte beim Lösen von Sachaufgaben" regen die erste Texterschließung (1. und 2. Schritt: Verstehen), die Konstruktion und Verwendung einer Skizze für die Aufgabenlösung (3. und 4. Schritt: Lösen) sowie den Ergebnisaustausch und die Reflexion über Skizzen und Lösungswege (5. und 6. Schritt: Kontrollieren) an. Ausführliche Beschreibung der Schritte siehe „Einführung in die Fördermaterialien – Operationsverständnis", Abschnitt „Hintergrund zum Operationsverständnis: Herausforderung beim Lösen einer Sachaufgabe"[2].

Abbildung 31: Förderidee (Sachaufgaben mit Skizzen lösen).[25] © IBBW.

- Hinweise zum Einsatz im Unterricht
    - Hintergrund zu Aufgaben
    - Methoden und Impulse
    - optionale Erweiterungsaufgaben
    - gestufte Hilfestellungen

2.2 Anregungen zum Verlauf der Förderung

Hintergrund:

Motivation durch Sachkontext, oft nur scheinbar leichte Aufgabe

Typischer Fehler: 8 m + 2 m = 10 m

Erfahrung, dass eine Skizze eine Aufgabe klarer machen kann

Identische Aufgaben auf beiden Stufen zum gemeinsamen Einstieg

Mögliche Methode:

Z. B. Ich-Du-Wir (Schneeball): erst alleine überlegen, dann mit Nachbar, …

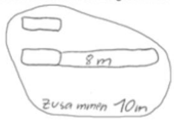
… dann im Plenum Lösungen und Begründungen mit Verweis auf die Skizzen austauschen

Sachaufgaben mit Skizzen lösen

1. **Anakondas**
   Eine Anakondamutter und ihr Kind sind zusammen 10 m lang.
   Die Mutter ist 8 m länger als ihr Kind.

Samir hat eine Skizze gezeichnet:

Tabea hat auch eine Skizze gezeichnet:



Welche Skizze ist nützlicher?
Begründe deine Antwort:

Abbildung 31: Anregungen zum Verlauf der Förderung.[26] © IBBW.

[25] IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) 2016f, S. 2.

[26] Ebd., S. 4.

3.4 Beispiel: Wie kann die Förderung ins Curriculum integriert werden?

Das im Folgenden ausschnittsweise dargestellte Beispielcurriculum für Klasse 5 zeigt, bei welchen inhaltsbezogenen Kompetenzen (im Folgenden kurz „Inhalte“ genannt) sich die Fördermaterialien sinnvoll in den regulären Unterricht einbetten lassen. Hierbei wird die Wiederholungsphase zur Arithmetik, die üblicherweise zu Beginn der Klasse 5 gemeinsam im Klassenverband durchgeführt wird, ganz oder teilweise durch eine differenzierte Förderung anhand der Fördermaterialien ersetzt.

Wie dies in der Unterrichtspraxis konkret aussehen kann, machen die weiter hinten beschriebenen Umsetzungsbeispiele deutlich, die an verschiedenen Schulen erprobt wurden.

Zeit	Inhalte	Was ist zu tun?	Fördermaterialien
Herbst- ferien	**Daten erfassen, darstellen und aus-werten** Daten (Diagramm erstellen / Daten vergleichen, Durchschnitt, Zentralwert, ...)	Lernstand 5 durch-führen und auswerten Planung der Förde-rung	
	Mit Zahlen rechnen Natürliche Zahlen ▪ Die Stellenwerttafel beim Dezimalsystem ▪ Große Zahlen ▪ Zahlen runden ▪ Der Zahlenstrahl	Durchführung der Förderung: Integrativ oder in gesonderten Förder-stunden	 Zahlverständnis Stufe 1: Stellenwerte verstehen (Bau-steine N1A, N1B), Zahlen ordnen u. vergleichen (Bausteine N2A – N2C) Stufe 2a: Stellenwerte verstehen (Bau-stein N1B), Zahlen ordnen u. vergleichen (Bausteine N2A – N2C) *[Nachtrag: Förderung des Be-reichs Zahlverständnis mit dem Fördermodul „Stellen-wertverständnis festigen und vertiefen“ für alle Stufen ab dem Schuljahr 2021/22 mög-lich.]*
	Rechnen mit natürlichen Zahlen ▪ Addieren und subtrahieren von na-türlichen Zahlen ▪ Kontrolle durch Überschlag ▪ Subtraktion als Umkehroperation ▪ Subtraktion unter den Aspekten „Wegnehmen und Ergänzen“ ▪ Mehrgliedrige Terme ▪ Klammer hat Vorrang	Durchführung der Förderung: Integrativ oder in gesonderten Förder-stunden	 Operationsver-ständnis Stufe 1a: Addition und Subtraktion ver-stehen (Baustein N3)

Zeit	**Inhalte**	**Was ist zu tun?**	**Fördermaterialien**
	▪ Multiplizieren von natürlichen Zahlen	Durchführung der Förderung: Integrativ oder in gesonderten Förderstunden	Operationsverständnis Stufen 1a u. 1b:  Multiplikation verstehen (Baustein N4A)
		Durchführung der Förderung: im kooperativen und differenzierten Klassenunterricht	Operationsverständnis Stufen 2 u. 3:  Module „Multiplikative Strukturen“, „Sachaufgaben mit Skizzen lösen“
	▪ Rechnen mit gerundeten Werten ▪ Überprüfen der Berechnungen durch Überschlag mit gerundeten Werten		
	▪ Dividieren von natürlichen Zahlen, Division als Umkehroperation	Durchführung der Förderung: Integrativ oder in gesonderten Förderstunden	Operationsverständnis Stufen 1a u. 1b:  Division verstehen (Baustein N4B)[2]
		im kooperativen und differenzierten Klassenunterricht	Operationsverständnis Stufen 2 u. 3:  Module „Sprünge am Zahlenstrahl“, „Strategien in problemorientierten Sachaufgaben“ *[Nachtrag: Fördermodul „Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“ für alle Stufen ab dem Schuljahr 2021/22 einsetzbar.]*
	▪ Punkt vor Strichrechnung ▪ Klammer vor Punkt vor Strich ▪ Rechnen mit gerundeten Werten ▪ Quadratzahlen u. andere Potenzen		
	Zusammenhänge beschreiben ▪ …		
Winterferien	**Mit Zahltermen arbeiten** ▪ …		

3.5 Wie findet man Wege der Förderung an der eigenen Schule?

Bei der Planung der Förderung im Anschluss an Lernstand 5 können ganz unterschiedliche Gesichtspunkte betrachtet werden. Zentral ist hierbei die Rolle der Schulleitung, die insbesondere schulstrukturelle (Änderungs-) Erfordernisse im Blick haben muss (z. B. Parallelisierung des Unterrichts).

Die Planung sollte möglichst gemeinsam erfolgen, beispielsweise in Sitzungen der Mathematik-Fachschaft.

Beispielsweise könnte eine Planung in folgenden Schritten erfolgen:

1. Zunächst die vorformulierten Fragen sichten (s. u.); anschließend überlegen, ob es weitere relevante Fragen/Gesichtpunkte gibt, die einbezogen werden sollen.
2. Nun die vorliegenden Umsetzungsbeispiele (s. Abschnitt 3.6) sichten und besprechen; ggf. alternative oder zusätzliche Fördermaterialien sichten.
3. Danach die konkrete Umsetzung der Förderung unter Berücksichtigung der Situation an der Schule und in der einzelnen Lerngruppe planen.

3.6 Umsetzungsbeispiele aus der Praxis

Die folgenden Umsetzungsbeispiele wurden an Schulen in der Praxis erprobt. Ausgehend von unterschiedlichen Ergebnissen der Klasse nach der Eingangsdiagnose von Lernstand 5 in den Bereichen Zahlverständnis (ZV) und Operationsverständnis (OV), zeigen sie, wie eine Förderung unter Einsatz der oben vorgestellten Fördermaterialien erfolgen kann.

In allen Beispielen ist die Förderung so angelegt, dass diese jeweils von einer Lehrkraft im Rahmen des regulären Unterrichts, teilweise unter Einbeziehung von Förderstunden, geleistet werden kann.

Hierbei ist auch berücksichtigt, dass die Verstehensprozesse von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten immer wieder durch Kommunikation, idealerweise in moderierten Kleingruppen, angeregt werden müssen. Denn ohne unterstützte Kommunikation können sich gerade diese Schülerinnen und Schüler die notwendigen Verstehensgrundlagen und Darstellungen nicht aneignen.[27] In solchen Unterrichtsphasen muss sich darum die Lehrkraft Freiräume schaffen, indem die lernstärkeren Schülerinnen und Schüler mit dazu geeignetem Fördermaterial ohne Betreuung der Lehrkraft arbeiten. Bei diesen ist es durchaus möglich, individualisierte Formen mit Selbstdiagnose und eigenverantwortlichen Lernprozessen zu nutzen.

Deshalb ist in den Umsetzungsbeispielen, ergänzend zu den vorgestellten Fördermaterialien *Mathe sicher können* und den Lernstand 5 - Fördermodulen, ein weiteres Material, nämlich die *Rechenbausteine*[28] zum Einsatz gekommen, die sich zum diagnosegeleiteten individuellen Wiederholen und Vertiefen für lernstärkere Schülerinnen und Schüler eignen.

Andere Möglichkeiten der Förderung eröffnen sich, wenn - bei mehreren Parallelklassen - der Klassenverband aufgelöst und eine Lerngruppe (ggf. mehrere) mit leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern gebildet werden kann. In diesen Lerngruppen wird dann die Förderung mit *Mathe sicher können* durchgeführt. Währenddessen werden weitere Lerngruppen mit Schülerinnen und Schülern der Stufe 2 bzw. 3 anhand der Lernstand 5 - Fördermodule gefördert. Voraussetzung hierfür ist, dass im Stundenplan die Unterrichtsstunden der Klassen – zumindest – teilweise parallel liegen.

Mathe sicher können:
zielgerichtete Förderung im Kleingruppenunterricht

Zahlverständnis: Stufe 1, ggf. untere Stufe 2a
Operationsverständnis: Stufen 1a und 1b

Download unter http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002

Lernstand 5 - Fördermodule zum Operationsverständnis:
Förderung im kooperativen und differenzierten Klassenunterricht

Operationsverständnis: Stufen 2 und 3

www.lernstandserhebungen-bw.de (passwortgeschützter Zugang)

Rechenbausteine:
diagnosegeleitetes individuelles Wiederholen und Vertiefen

Operationsverständnis: Stufen 2 und 3
Zahlverständnis: Stufen 2a, 2b und 3

Die *Rechenbausteine* stehen hier stellvertretend für anderes geeignetes Schulbuchmaterial (eine aktuelle Liste der zugelassenen Schulbücher für Sekundarstufe 1 ist hier zu finden: https://www.schule-bw.de/service-und-tools/listen-der-zugelassenen-schulbuecher

[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 kann im Bereich Zahlverständnis auch mit dem Fördermodul „Stellenwertverständnis fördern und vertiefen“ und im Bereich Operationsverständnis mit dem Fördermodul „Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“ in allen Stufen gefödert werden. Beide Fördermodule stehen im Online-Portal zur Verfügung.]

[27] Leuders/Prediger 2016.

[28] Hußmann u.a. 2011.

3.6.1 Umsetzungsbeispiel 1

Lernstand 5 – Ergebnis der Beispielklasse:

Organisatorischer Rahmen in der Schule:

4 Regelstunden + 1 Förderstunde pro Woche mit der gesamten Klasse;
1 Lehrkraft; 1 Klassenzimmer

Hinweise zur Umsetzung

Die Förderung wird für die gesamte Klasse durchgeführt, deshalb werden dafür sowohl Regel- als auch Förderstunden genutzt.

<u>Förderung des Zahlverständnisses und des Operationsverständnisses</u>

<u>Alle Schülerinnen und Schüler</u>

Da in dieser Klasse viele Schülerinnen und Schüler in beiden Bereichen auf den unteren Stufen stehen, werden zur Förderung des Zahlverständnisses und des Operationsverständnisses die Bausteine von *Mathe sicher können* eingesetzt. Alle Schülerinnen und Schüler führen zunächst eine Standortbestimmung durch, beginnend im Bereich Zahlverständnis mit N1A, im Bereich Operationsverständnis mit N3A. Danach folgen – jeweils abhängig vom Ergebnis der Standortbestimmung – die zugehörigen Förderaufgaben oder die nächstfolgende Standortbestimmung (Zahlverständnis N1B, N2A, N2C, Operationsverständnis: N4B, vgl. auch Übersicht der Bausteine in Abschnitt 3.2).

Es wird dabei bewusst in Kauf genommen, dass sich die wenigen Schülerinnen und Schüler der Stufen 2 (bzw. 2b) und 3 mit Material befassen, welches für sie einfach zu sein scheint. Es hat sich in den Erprobungen aber gezeigt, dass durchaus auch diese Schülerinnen und Schüler davon profitieren.

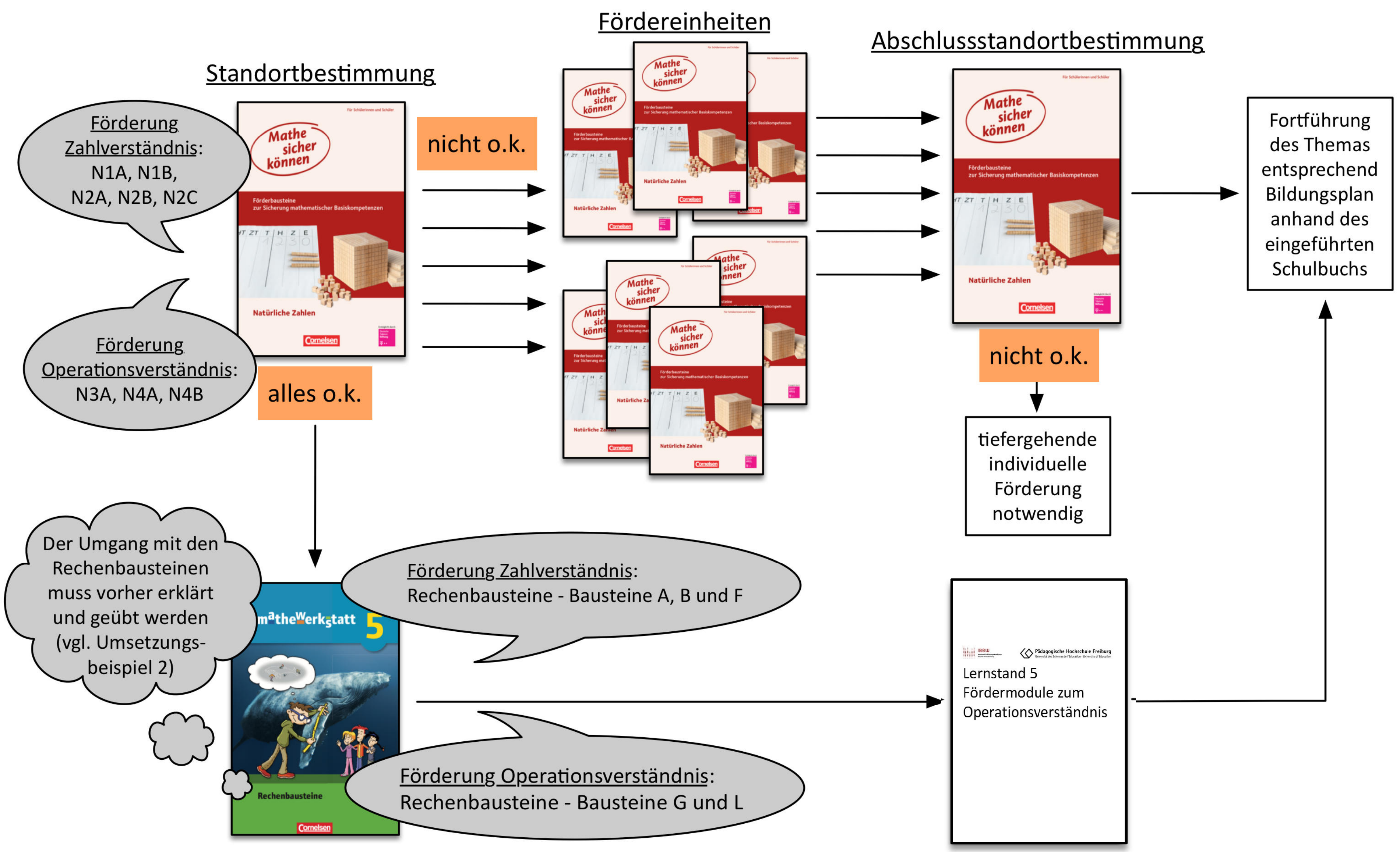
(Alternativ dazu wäre es auch möglich, dass die Schülerinnen und Schüler der Stufe 2 bzw. 3 gleich mit den *Rechenbausteine*n starten. Voraussetzung dafür ist jedoch, dass diese bereits Erfahrung mit dem selbstorganisierten Lernen haben. Zudem muss der Umgang mit den *Rechenbausteinen* vorab erklärt und geübt werden.)

[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 können auch die beiden neuen Fördermodule (siehe S. 28) eingesetzt werden.]

Der Unterrichtsverlauf ist in der Abbildung auf der nächsten Seite schematisch dargestellt.

Im Anschluss daran wird erläutert, wie die aufgeführten Fördermaterialien eingesetzt werden können.

Anmerkung: Schülerinnen und Schüler, die nach erfolgter Förderung mit *Mathe sicher können* keinen hinreichenden Erfolg haben, benötigen eine tiefergehende individuelle Förderung, die ggf. auch weitere Ursachen in den Blick nimmt.



[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 stehen die beiden Fördermodule „Stellenwertverständnis festigen und vertiefen“ und „Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“ zur Verfügung.]

Wie kann man mit Mathe sicher können arbeiten?

Mithilfe der jeweiligen Standortbestimmung von *Mathe sicher können* findet eine *tiefergehende Diagnose* statt. Während der Diagnose schätzen die Schülerinnen und Schüler auch den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben durch Ankreuzen der Smileys ein. Bei der anschließenden gemeinsamen Auswertung der Standortbestimmung im Plenum können sie ihre Selbsteinschätzung überprüfen.

Die Förderung erfolgt nun auf der Grundlage der Diagnose mithilfe der Fördereinheiten, die sowohl Aufgaben zur Erarbeitung als auch Aufgaben zur Übung beinhalten.

Die Erarbeitungsaufgaben können mit der *Ich-Du-Wir-Methode* bearbeitet werden, wobei wichtig ist, dass die Lehrkraft in der *Wir-Phase* die Moderation übernimmt. Die Übungsaufgaben werden von den Lernenden in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit bearbeitet.

Im Anschluss an die Fördereinheiten findet eine Abschluss-Standortbestimmung mit Hilfe der Aufgaben der Eingangsdiagnose statt, um den Lernfortschritt für Lernende und Lehrkraft „sichtbar" zu machen.

Wie kann man die Lernstand 5 - Fördermodule zur Förderung des Operationsverständnisses einsetzen?

Mit *Mathe sicher können*" werden zunächst fehlende Grundvorstellungen reaktiviert bzw. aufgebaut. Die Schülerinnen und Schüler sollten danach elementare Operationen verstehen, welche nun miteinander verknüpft werden können. Die Sicherheit in der Anwendung und Verknüpfung wird weiter ausgebaut, indem Situationen in Rechenoperationen übersetzt werden, die ein mehrschrittiges Vorgehen erfordern.

Hierzu sind die Fördermodule zum Operationsverständnis des IBBW für Stufe 2 bzw. Stufe 3 geeignet, welche im Rahmen des sich anschließenden Regelunterrichts eingesetzt werden. Durch den Umgang mit *Mathe sicher können* sind die Lernenden bereits mit dem 400er-Feld, Skizzen und dem Zahlenstrahl vertraut, welche auch in den Fördermodulen Verwendung finden.

Jedes der vier Fördermodule ist für etwa 90 Minuten ausgelegt.

Während die Einstiegaufgaben mit der Ich-Du-Wir-Methode gelöst werden, bearbeiten die Schülerinnen und Schüler die anschließenden Aufgaben in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit. In den Austauschphasen werden nicht nur die Ergebnisse und Lösungswege verglichen, sondern sie erhalten auch Anregungen für die Bearbeitung nachfolgender Aufgaben.

Wie kann man die *Rechenbausteine* einsetzen?

(vgl. hierzu Umsetzungsbeispiel 2)

3.6.2 Umsetzungsbeispiel 2

Organisatorischer Rahmen in der Schule:

4 Regelstunden + 1 Förderstunde pro Woche mit der gesamten Klasse
1 Lehrkraft; 1 Klassenzimmer + Flur

Lernstand 5 – Ergebnisse der Beispielklasse:

Hinweise zur Umsetzung:

Die Förderung wird für die gesamte Klasse durchgeführt, deshalb werden dafür sowohl die Regel- als auch die Förderstunden genutzt. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten dabei zeitgleich mit den zu ihrem individuellen Lernstand passenden Fördermaterialien (s. u.).

<u>Förderung des Zahlverständnisses und des Operationsverständnisses</u>

<u>Schülerinnen und Schüler der Stufe 1:</u>

Diese beginnen mit der einfachsten Standortbestimmung aus *Mathe sicher können* d. h. im Bereich Zahlverständnis mit N1A, im Bereich Operationsverständnis mit N3A, danach jeweils mit der zugehörigen Fördereinheit oder der nächstfolgenden Standortbestimmung (Übersicht der Bausteine siehe Abschnitt 3.2).

„Wie kann man mit *Mathe sicher können* arbeiten?“ finden Sie in Umsetzungsbeispiel 1.

Nach dem Schließen der Verständnislücken können diese Schülerinnen und Schüler in die weitergehende Förderung auf Stufe 2 einbezogen werden (s. u.).

<u>Schülerinnen und Schüler der Stufen 2 und 3:</u>

Zeitgleich werden für diese Schülerinnen und Schüler die *Rechenbausteine* im selbstorganisierten Lernen eingesetzt. Der Ablauf muss vorab eingeübt werden.

Erläuterungen, wie die *Rechenbausteine* eingesetzt werden sollten, sind der Darstellung auf der übernächsten Seite zu entnehmen.

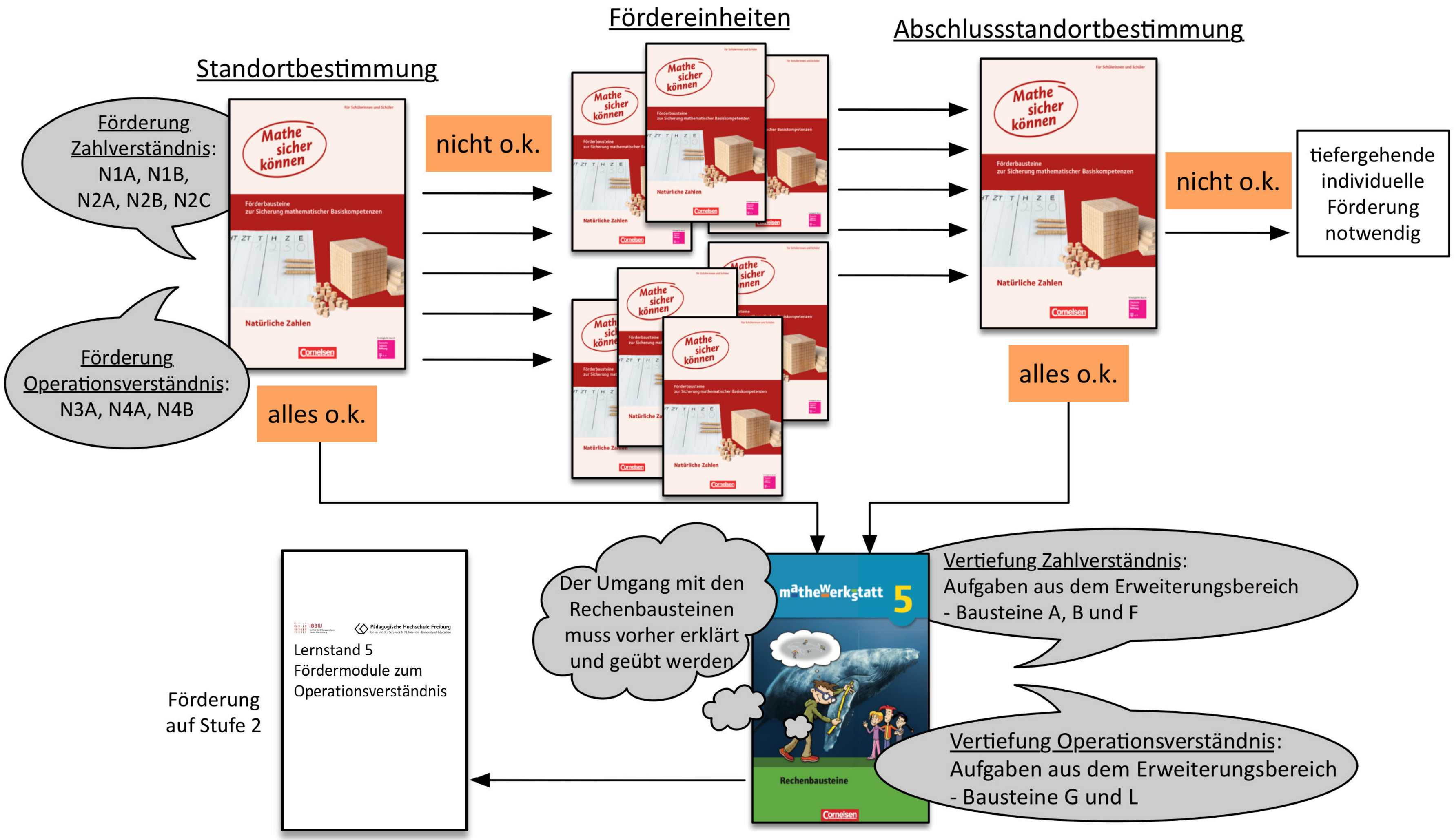
[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 können auch die beiden neuen Fördermodule (siehe S. 28) eingesetzt werden.

<u>Anschließende weitergehende Förderung des Operationsverständnisses</u>

Im Anschluss daran werden <u>alle Schülerinnen und Schülern</u> mit den Lernstand 5 - Fördermodulen zum Operationsverständnis im kooperativen und differenzierten Unterricht gefördert.

„Wie kann man mit den Fördermodulen zum Operationsverständnis arbeiten?“ finden Sie in Umsetzungsbeispiel 1.

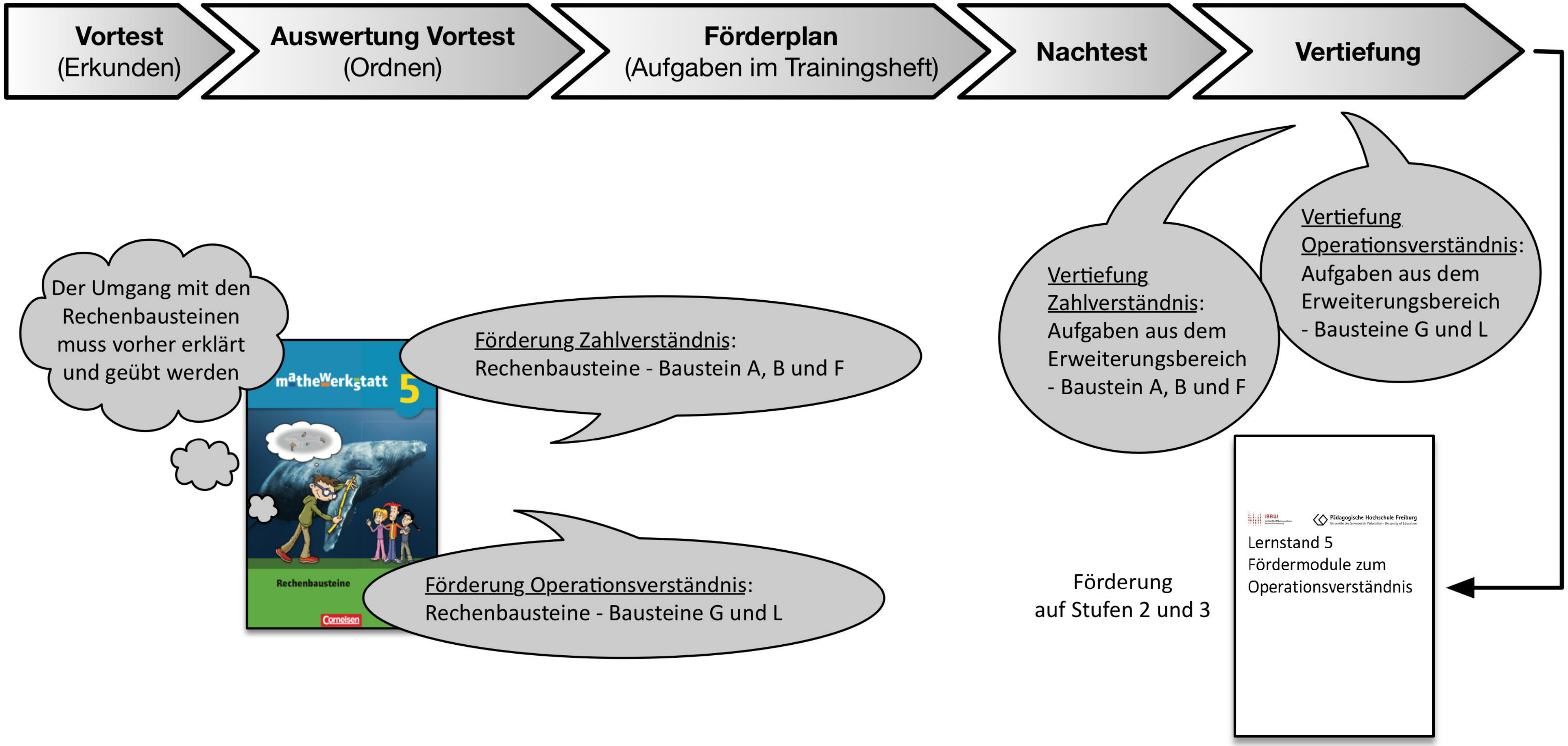
<u>Schülerinnen und Schüler der Stufe 1</u>: (Anmerkung: Schülerinnen und Schüler, die nach erfolgter Förderung mit *Mathe sicher können* keinen hinreichenden Erfolg haben, benötigen eine tiefergehende individuelle Förderung, die ggf. auch weitere Ursachen in den Blick nimmt.)



[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 stehen die beiden Fördermodule „Stellenwertverständnis festigen und vertiefen“ und „Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“ zur Verfügung.]

<u>Schülerinnen und Schüler der Stufen 2 und 3</u>:

Für Lernende, die auf Stufe 2 oder 3 stehen, werden die *Rechenbausteine* im selbstorganisierten Lernen eingesetzt. Der Ablauf muss mit den Schülerinnen und Schülern eingeübt werden. Bewährt hat sich, dass die Vortests (Erkunden) zum Überprüfen der Vorkenntnisse aus der Grundschule zu jedem Themenblock mit allen Schülern durchgeführt werden sowie die Auswertung des Vortests (Ordnen) mit Erstellung des persönlichen Förderplans (Zuweisung der Aufgaben aus dem Trainingsheft) im Plenum stattfindet.



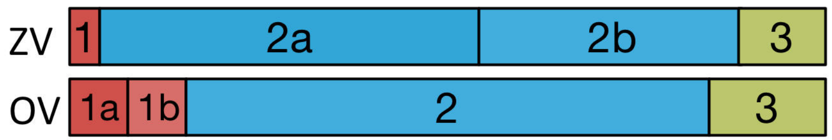
[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 stehen die beiden Fördermodule „Stellenwertverständnis festigen und vertiefen“ und „Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“ zur Verfügung.]

3.6.3 Umsetzungsbeispiel 3

Organisatorischer Rahmen in der Schule:

4 Regelstunden; 1 Lehrkraft; 1 Klassenzimmer

Lernstand 5 – Ergebnisse der Beispielklasse:



Zusatzinfo zu ZV Stufe 2a:
Schülerinnen und Schüler dieser Stufe überwiegend im unteren Bereich

Hinweise zur Umsetzung:

<u>Förderung des Zahlverständnisses:</u>

<u>Mit allen Schülerinnen und Schülern</u> werden im Unterricht zunächst Aufgaben zur Erarbeitung und zur Übung aus den Förderbausteinen von *Mathe sicher können* verwendet (N1A, N1B, N2A – N2C, vgl. schematischer Unterrichtsverlauf im Anschluss).

<u>Die Schülerinnen und Schüler der Stufe 1 und 2a</u> bauen dabei das Verständnis von Stellenwerten neu auf und festigen den sicheren Umgang damit.

<u>Die Schülerinnen und Schüler der Stufe 2b und 3</u> trainieren und wiederholen dabei den sicheren Umgang mit Stellenwerten. Es wird dabei bewusst in Kauf genommen, dass sich diese Schülerinnen und Schüler mit Material befassen, welches für sie einfach zu sein scheint. Es hat sich in den Erprobungen aber gezeigt, dass durchaus auch diese Schülerinnen und Schüler davon profitieren, insbesondere dann, wenn sie als *Experten* eingesetzt werden (s. u.).

Die *Erarbeitungsaufgaben* können mit der *Ich-Du-Wir-Methode* bearbeitet werden. Die *Du-Phasen* finden als Gruppenarbeit in 3er- oder 4er-Gruppen statt. Diese sind heterogen zusammengesetzt, wobei jeweils eine Schülerin/ein Schüler der Stufe 2b oder 3 die Expertenrolle übernimmt (Lernen durch Lehren). In der *Wir-Phase* ist es wichtig, dass die Lehrkraft die Moderation übernimmt.

Die *Übungsaufgaben* werden von den Lernenden in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit bearbeitet. Dabei stehen bei Schwierigkeiten sowohl die Lehrkraft als auch die *Experten* (Schülerinnen und Schüler der Stufe 2b und 3) als Ansprechpartner zur Verfügung. Anschließend werden die Standortbestimmungen als (unbenotete) Lernprotokolle eingesetzt, um festzustellen, inwieweit das Verständnis nun vorhanden ist.

Diejenigen Schülerinnen und Schüler, welche bei den Standortbestimmungen erfolgreich sind, erhalten Aufgaben zur Förderung des Zahlverständnisses aus dem Erweiterungsbereich der *Rechenbausteine*, die anderen erhalten in Kleingruppen eine Förderung auf Grundlage der Standortbestimmung.

[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 können auch die beiden neuen Fördermodule (siehe S. 28) eingesetzt werden.]

Förderung des Operationsverständnisses:

Es sind in der Beispielklasse nur wenige Schülerinnen und Schüler in den Stufen 1a und 1b.

Die Schülerinnen und Schüler in den Stufen 1a und 1b werden deshalb im Rahmen der Unterrichteinheit „Rechnen mit natürlichen Zahlen“[29] wiederholt während der Selbstlernphasen herausgenommen und mit *Mathe sicher können* gefördert (N3A, N3B, N4A, N4B, vgl. schematischer Unterrichtsverlauf im Anschluss).

Es werden zunächst die Standortbestimmungen eingesetzt. Je nach Bedarf werden fehlende Grundvorstellungen mithilfe der Fördereinheiten von *Mathe sicher können* aufgebaut (vgl. Umsetzungsbeispiel 1 „Wie kann man mit *Mathe sicher können* arbeiten?“).

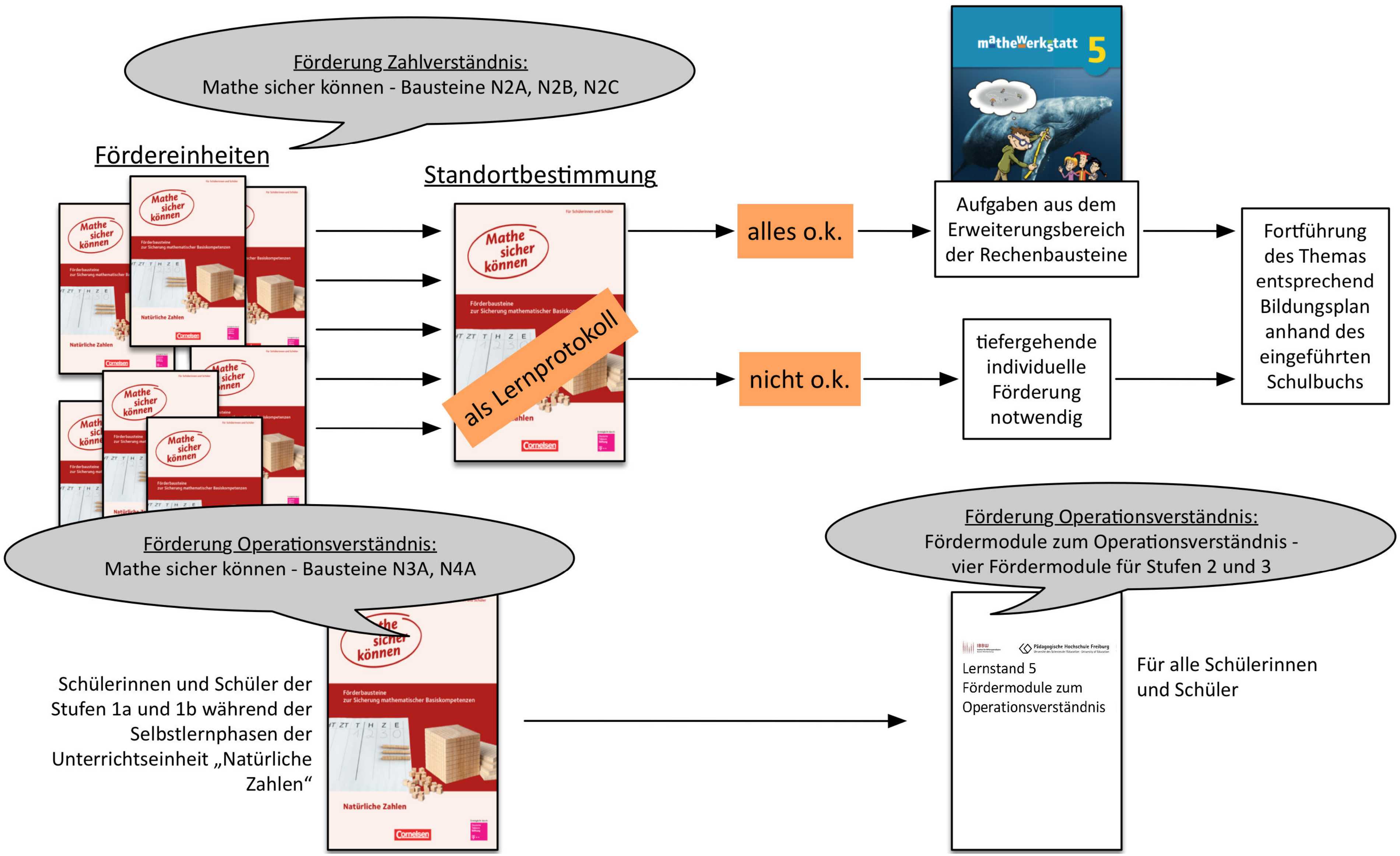
Im Anschluss daran werden alle Schülerinnen und Schüler mit den Lernstand 5 - Fördermodulen zum Operationsverständnis für die Stufen 2 und 3 im kooperativen und differenzierten Unterricht gefördert.

Wie kann man die Lernstand 5 - Fördermodule zur Förderung des Operationsverständnisses einsetzen?
(vgl. hierzu Umsetzungsbeispiel 1)

[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 können auch die beiden neuen Fördermodule (siehe S. 28) eingesetzt werden.]

Anmerkung: Schülerinnen und Schüler, die nach erfolgter Förderung mit *Mathe sicher können* keinen hinreichenden Erfolg haben, benötigen eine tiefergehende individuelle Förderung, die ggf. auch weitere Ursachen in den Blick nimmt.

[29] Vgl. Abschnitt 3.1 Beispiel: Wie kann die Förderung ins Curriculum integriert werden?



[Nachtrag: Ab dem Schuljahr 2021/22 stehen die beiden Fördermodule „Stellenwertverständnis festigen und vertiefen“ und „Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“ zur Verfügung.]

4 Literatur

IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) (2016a): Lernstand 5 – Mathematik. Erläuterungen zu Testbereichen, Indikator und Stufenmodellen. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) (2016b): Lernstand 5 – Mathematik. Fördermaterialien „Multiplikative Strukturen in Punktefeldern“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) (2016c): Lernstand 5 – Mathematik. Fördermaterialien „Sachaufgaben mit Skizzen lösen“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) (2016d): Lernstand 5 – Mathematik. Fördermaterialien „Sprünge am Zahlenstrahl“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) (2016e): Lernstand 5 – Mathematik. Fördermaterialien „Strategien in offenen Sachaufgaben“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

IBBW (ehem. Landesinstitut für Schulentwicklung) (2016f): Lernstand 5 – Mathematik. Handreichung zum Einsatz des Fördermoduls (für Stufen 2 und 3) „Sachaufgaben mit Skizzen lösen“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

Leuders, T./Prediger, S (2016): Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Matheunterricht. Berlin: Cornelsen Verlag GmbH: Skriptor Praxis.

Hußmann, S./Prediger, S./Barzel, B./Leuders, T. (2011). Mathewerkstatt 5, Rechenbausteine. Berlin: Cornelsen Verlag GmbH.

Schulz, A./Leuders, T. (2015). Fehlerfrei schriftlich rechnen. Was kann man am Beginn von Klasse 5 tun? In: Mathematik lehren 191, S. 9-12.

Schulz, A./Leuders, T./Rangel, U./Kowalk, S. (2015). Guter Start in die Sekundarstufe. Lernstand 5 in Baden-Württemberg: Diagnose und Förderung arithmetischer Basiskompetenzen. In: Mathematik lehren 192, S. 14-17.

Schulz, A./Leuders, T./Rangel, U. (2017): Empirie- und modellgestützte Diagnostik von arithmetischen Basiskompetenzen als Grundlage für Förderentscheidungen zu Beginn von Klasse 5. In Fritz-Stratmann, A./Schmidt, S. (Hrsg.): 3. Handbuch Rechenschwäche. Weinheim: Beltz, S. 396-417.

Schulz, A./Leuders, T./Kowalk, S. (im Druck). Skizzen helfen Textaufgaben zu verstehen … und zu lösen. In: PM: Praxis der Mathematik in der Schule.

Selter, C./Prediger, S./Nührenbörger, M./Hußmann, S. (Hrsg.) (2014): Mathe sicher können. Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Berlin: Cornelsen Schulverlag GmbH. Online: URL: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/ [Datum der Recherche: 06.06.2017]

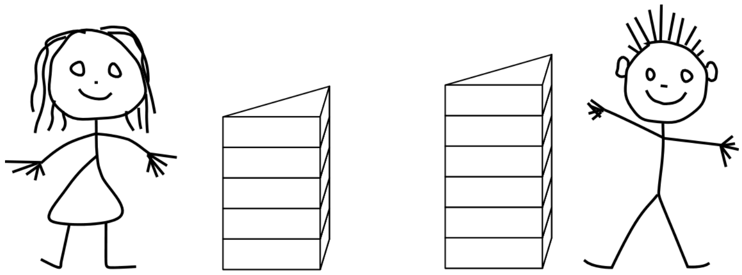
Nachtrag:
IBBW (2021): Lernstand 5 – Mathematik. Fördermaterialien „Stellenwertverständnis festigen und vertiefen“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

IBBW (2021): Lernstand 5 – Mathematik. Fördermaterialien „„Zahlbeziehungen kennen und Nutzen am Beispiel der Division“. Verfügbar über https://www.lernstandserhebungen-bw.de/.

5 Anhang

5.1 Test Operationsverständnis

Aufgabe 1



Wie viele Bauklötze haben Dilara und Ruben zusammen? Schreibe deine Rechnung auf.

Rechnung: ______________________

Aufgabe 2

Lara erhält jeden Monat 15 € Taschengeld.

Sie rechnet aus, wie viel Taschengeld sie in einem Jahr (12 Monate) erhält.

Schreibe deine Rechnung auf.

Rechnung: ______________________

Aufgabe 3

Nina kauft sich jede Woche ein Rätselheft.
Nach 3 Wochen hat sie 6 Euro ausgegeben.

Wie viel hat sie nach 12 Wochen ausgegeben? Schreibe dein Ergebnis auf.

Ergebnis: ______ Euro

Aufgabe 4

Marc erzählt:
In den Ferien habe ich eine 5-tägige Radtour gemacht.
An 4 Tagen bin ich jeweils 25 Kilometer gefahren und am letzten Tag sogar 40 Kilometer.

Marc rechnet aus, wie viele Kilometer er insgesamt gefahren ist. Welche Rechnung passt?

☐ $5 + 4 + 25 + 40$

☐ $4 \cdot 25 + 4 \cdot 40$

☐ $5 \cdot 4 \cdot 25 + 40$

☐ $25 \cdot 4 + 40$

Aufgabe 5

43 Gummibärchen sollen möglichst gerecht an 5 Kinder verteilt werden.

Wie viele Kinder erhalten ein Gummibärchen weniger? Schreibe dein Ergebnis auf.

Ergebnis: ______ Kinder

Aufgabe 6

Max und Finn haben in der letzten Saison zusammen 40 Tore geschossen.
Dabei hat Max 4 Tore mehr als Finn geschossen.

Wie viele Tore haben sie jeweils geschossen? Schreibe dein Ergebnis auf.

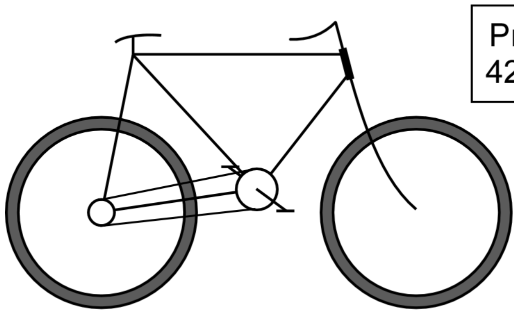
Ergebnis: Max: ______ Tore Finn: ______ Tore

Aufgabe 7

Der Preis wird um 70 € reduziert. Wie viel kostet das Fahrrad dann?

Welche Rechnung passt zur Aufgabe?

- ☐ 420 + 70
- ☐ 420 – 70
- ☐ 420 : 70
- ☐ 420 · 70



Preis
420 €

Aufgabe 8

Georg ist beim Brettspiel 49 Felder vorgerückt.
Vom Start bis zum Ziel sind es insgesamt 68 Felder.

Wie viele Felder ist Georg noch vom Ziel entfernt? Schreibe deine Rechnung auf.

Rechnung: ______________________

Aufgabe 9

Konditor Süß hat 125 Pralinen hergestellt.
Es werden immer 8 Pralinen in ein Tütchen verpackt.

Wie viele Pralinen bleiben übrig? Schreibe dein Ergebnis auf.

Ergebnis: ______ Pralinen

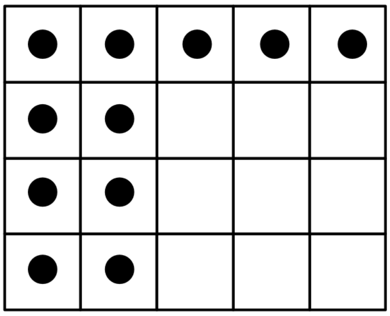
Aufgabe 10

Auf dem Markt kosten 200 g Walnüsse 3 Euro.

Welche Aussage ist richtig?

- ☐ 400 g kosten 5 Euro.
- ☐ 50 g kosten 1 Euro.
- ☐ 700 g kosten 10 Euro.
- ☐ 1000 g kosten 15 Euro.

Aufgabe 11



Welche Rechnung passt zum Bild?

- ☐ $11 - 9$
- ☐ $20 - 3 - 3$
- ☐ $11 - 3 \cdot 3$
- ☐ $20 - 9$

Aufgabe 12

Tabea hat 17 Euro gespart, Carl 25 Euro. Carl gibt Tabea 3 Euro ab.

Wie viel Euro hat Carl jetzt nur noch mehr? Schreibe dein Ergebnis auf.

Ergebnis: ______ Euro

Aufgabe 13

Ralf wohnt 4 km von der Schule entfernt.
Den Weg zur Schule und zurück fährt er mit dem Fahrrad.

Wie viele Kilometer fährt er in 5 Tagen? Schreibe dein Ergebnis auf.

Ergebnis: ______ Kilometer

Aufgabe 14

Tim hat 100 Euro. Er hat 5-mal so viel wie Michael.

Wie viel Euro hat Michael? Schreibe deine Rechnung auf.

Rechnung: ____________________

5.2 Lösungen zum Test

1	5 + 6 oder 6 + 5 *(nur Rechnung entscheidend)**
2	$15 \cdot 12$ *oder* $12 \cdot 15$ *(nur Rechnung entscheidend)**
3	24 Euro
4	☐ $5 + 4 + 25 + 40$ ☐ $4 \cdot 25 + 4 \cdot 40$ ☐ $5 \cdot 4 \cdot 25 + 40$ ☒ $25 \cdot 4 + 40$
5	2 Kinder
6	Max: 22 Tore Finn: 18 Tore
7	☐ $420 + 70$ ☒ $420 - 70$ ☐ $420 : 70$ ☐ $420 \cdot 70$
8	68 – 49 *oder* 49 + ___ = 68 *oder* ___ + 49 = 68 *(nur Rechnung entscheidend)**
9	5 Pralinen
10	☐ 400 g kosten 5 Euro. ☐ 50 g kosten 1 Euro. ☐ 700 g kosten 10 Euro. ☒ 1000 g kosten 15 Euro.
11	☐ $11 - 9$ ☐ $20 - 3 - 3$ ☐ $11 - 3 \cdot 3$ ☒ $20 - 9$
12	2 Euro
13	40 Kilometer
14	$100 : 5$ *oder* 5 · ___= 100 *oder* ___ · 5 = 100 *(nur Rechnung entscheidend)**

* Bedeutung des Vermerks „nur Rechnung entscheidend“

Bei einigen Aufgaben ist in der Lösung der Hinweis „nur Rechnung entscheidend“ aufgenommen. Bei solchen Aufgaben wird nur die Rechnung verlangt, jedoch kein Ergebnis, da lediglich erkannt werden soll, welche Rechenoperation anzuwenden ist (siehe Deckblatt Testheft, Beispiel 2).

Diese Aufgaben sind als richtig zu werten, wenn die Rechnung richtig ist, also auch dann, wenn ein falsches Ergebnis eingetragen ist.

Diese Aufgaben sind ebenfalls als richtig zu werten, wenn die Rechnung korrekt verbal beschrieben ist (Beispiel: „Man muss 4 von 15 abziehen“ anstelle von „15 – 4“).

Ist keine oder die falsche Rechnung notiert, ist die Aufgabe als falsch zu werten, auch wenn ein richtiges Ergebnis eingetragen wurde.