



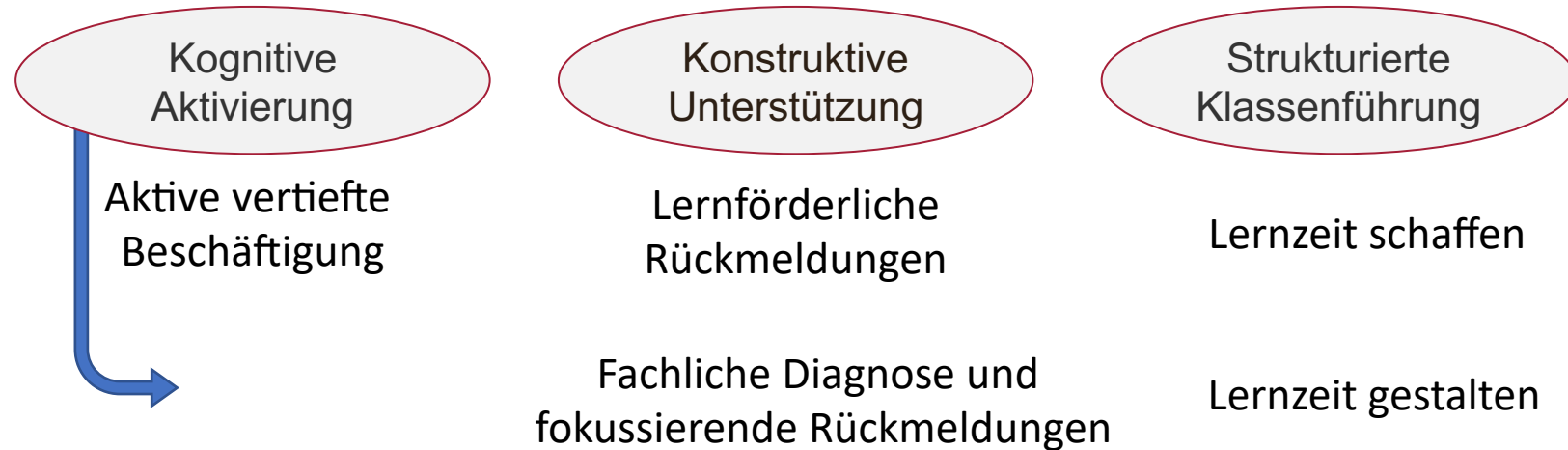


Lehrkräfte fördern kognitive Aktivierung, indem sie

- das Vorwissen der Lernenden aktivieren und daran anknüpfen **WOHER**
- alle Lernenden im Rahmen ihrer Möglichkeiten auf hohem Niveau zum Denken anregen **WIE**
- dabei im Auge behalten, ob die Lernprozesse auf die Lernziele gerichtet sind **WOHIN**

Und dabei immer mit Blick auf das **WAS**

Dimensionen von Unterrichtsqualität (aus Sicht des Fachdidaktikers)



- Die Dimensionen von Unterrichtsqualität hängen zusammen
- Allgemeine und Fachliche Aspekte ergänzen sich

KOGNITIV AKTIVIERENDE AUFGABEN FORDERN DAS DENKEN HERAUS:

Vernetzendes, vertiefendes, produktives Denken:

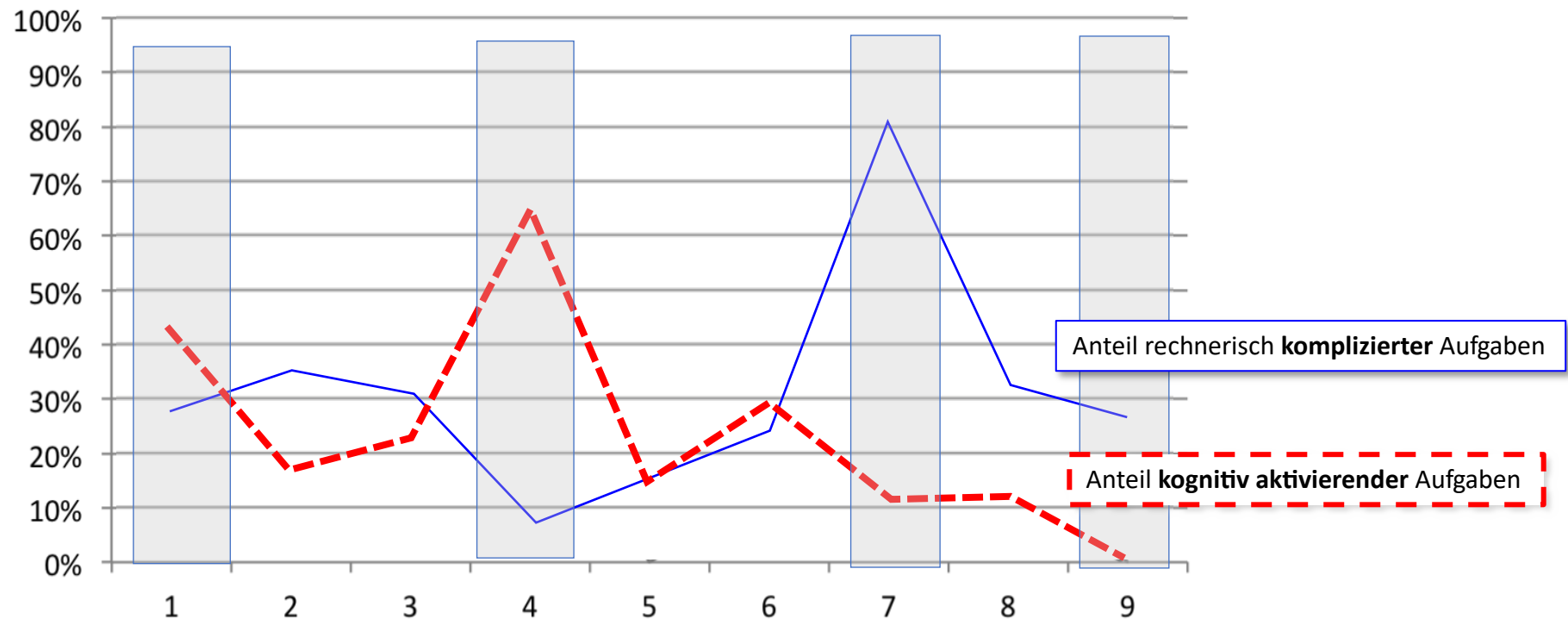
- Aufgaben knüpfen an eigene Erfahrungen und an das Verständnisniveau der Lernenden an.
- Nicht allein durch Anwendung von Routineschemata bearbeitbar.
- Bekanntes auf neue Situationen anwenden.

Divergentes, kreatives, problemlösendes Denken:

- Mehrere richtige Lösungen und Lösungswege sind möglich.
- Aufgaben lösen kognitive Konflikte – Irritationen – aus.
- Relevante Informationen zum Lösen müssen erst gesucht werden.

KOGNITIV AKTIVIERENDE AUFGABEN FORDERN DAS DENKEN HERAUS

Beispiel: Aufgaben im Mathematikunterricht der Gemeinschaftsschule



Aufgabenanalyse an 9 Schulen: Bruchrechnung

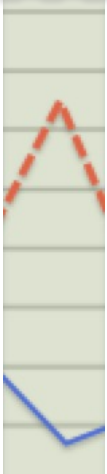
Anteil rechnerisch **komplizierter** Aufgaben



Niveau I	Niveau II	Niveau III
<p>6 Addiere.</p> <p>a) $\frac{5}{2} + \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$</p> <p>d) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$ e) $\frac{9}{20} + \frac{1}{4}$ f) $\frac{4}{7} + \frac{1}{3}$</p> <p>g) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3}$ h) $\frac{3}{5} + \frac{1}{6}$ i) $\frac{9}{7} + \frac{1}{4}$</p>	<p>6 Addiere.</p> <p>a) $\frac{5}{2} + \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$</p> <p>d) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$ e) $\frac{9}{20} + \frac{1}{4}$ f) $\frac{4}{7} + \frac{1}{3}$</p> <p>g) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3}$ h) $\frac{3}{5} + \frac{1}{6}$ i) $\frac{9}{7} + \frac{1}{4}$</p>	<p>9 Bestimme den Hauptnenner, erweitere und subtrahiere dann.</p> <p>a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{7} - \frac{1}{8}$ i) $\frac{4}{12} - \frac{2}{16}$</p> <p>b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ f) $\frac{1}{8} - \frac{1}{9}$ j) $\frac{6}{5} - \frac{5}{6}$</p> <p>c) $\frac{1}{8} - \frac{1}{12}$ g) $\frac{3}{5} - \frac{1}{3}$ k) $\frac{11}{8} - \frac{11}{18}$</p> <p>d) $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$ h) $\frac{2}{6} - \frac{2}{15}$ l) $\frac{12}{25} - \frac{3}{15}$</p>
<p>10 Finde gleiche Nenner für die Brüche. Subtrahiere dann.</p> <p>a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$</p> <p>c) $\frac{1}{3} - \frac{1}{10}$ d) $\frac{1}{6} - \frac{1}{8}$</p> <p>e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{10}$ f) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$</p>	<p>7 Wie viel fehlt bei den Brüchen zu einem Ganzen?</p> <p>a) $\frac{1}{10}; \frac{1}{9}; \frac{1}{8}; \frac{1}{7}$ b) $\frac{8}{9}; \frac{7}{8}; \frac{6}{7}; \frac{5}{6}$</p>	<p>10 Hier ist einiges schief gelaufen! Suche die Fehler, beschreibe sie mit eigenen Worten und korrigiere sie.</p> <p>a) $\frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{3}{9}$ c) $\frac{3}{2} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$</p> <p>b) $\frac{4}{3} + \frac{5}{7} = \frac{9}{10}$ f) $\frac{3}{4} + \frac{2}{7} = \frac{6}{28}$</p> <p>c) $\frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \frac{20}{6}$ g) $\frac{6}{7} + \frac{2}{3} = \frac{4}{4}$</p>
<p>19 Wandle gemischte Zahlen in Brüche um und berechne dann.</p> <p>a) $1\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ b) $2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$</p> <p>c) $\frac{1}{6} + 3\frac{2}{5}$ d) $2\frac{1}{5} + \frac{4}{15}$</p> <p>e) $5\frac{1}{5} + 1\frac{1}{10}$ f) $4\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$</p> <p>g) $3\frac{1}{4} - \frac{2}{3}$ h) $1\frac{7}{10} - \frac{2}{5}$</p> <p>i) $2\frac{1}{5} - \frac{6}{10}$ j) $2\frac{3}{10} - \frac{7}{5}$</p> <p>Zur Selbstkontrolle: $\frac{9}{10}; 1\frac{3}{10}; 1\frac{3}{5}; 1\frac{5}{6}; 2\frac{7}{15}; 2\frac{7}{12}; 3\frac{1}{4}; 3\frac{17}{30}; 5\frac{3}{8}; 6\frac{3}{10}$</p>	<p>11 Subtrahiere.</p> <p>a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{3}{10}$</p> <p>c) $\frac{3}{8} - \frac{4}{16}$ d) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$</p> <p>e) $\frac{8}{5} - \frac{4}{15}$ f) $\frac{7}{8} - \frac{1}{2}$</p> <p>g) $\frac{4}{10} - \frac{3}{10}$ h) $\frac{6}{7} - \frac{1}{14}$</p> <p>i) $\frac{7}{6} - \frac{2}{3}$ j) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$</p>	<p>13 Mache die Brüche gleichnamig und rechne. Überprüfe, ob du vorher kürzen kannst.</p> <p>a) $\frac{4}{7} + \frac{3}{14} + \frac{10}{21}$ f) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$</p> <p>b) $\frac{2}{11} + \frac{4}{33} + \frac{1}{11}$ g) $\frac{4}{5} + \frac{7}{10} + \frac{2}{5} + \frac{5}{15}$</p> <p>c) $\frac{7}{12} + \frac{1}{4} - \frac{3}{8}$ h) $\frac{13}{40} - \frac{5}{36} + \frac{7}{18} - \frac{7}{40}$</p> <p>d) $\frac{11}{12} - \frac{11}{18} + \frac{7}{12}$ i) $\frac{32}{64} + \frac{25}{56} + \frac{3}{4} + \frac{12}{48}$</p> <p>e) $\frac{25}{125} + \frac{20}{300} + \frac{35}{105}$ j) $\frac{22}{45} - \frac{9}{27} + \frac{72}{108} + \frac{7}{18}$</p>

allgemeines Defizit im deutschen Mathematikunterricht (s.a. Jordan et al. 2006)

Anteil **kognitiv aktivierender** Aufgaben



Aufgabe 1: Fehlersuche

Findest du den Fehler? Erkläre.

a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} = \frac{4}{11}$ b) $\frac{3}{8} - \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{1}{20}$ d) $\frac{7}{8} + \frac{2}{3} = \frac{9}{24}$

Aufgabe 2: Käsekuchen

Vom Käsekuchen ist die Hälfte und von der Schwarzwälder Kirschtorte ein Drittel übriggeblieben.

a) Zeichne die Anteile in die Kreisflächen ein und benenne den Rest mit einem Bruch.

b) Überlege dir, wie du vorgegangen bist, damit du die unterschiedlich großen Teile zusammenzählen konntest.

c) Warum war diese Aufgabe schwieriger als die erste Aufgabe mit der Pizza?

KOGNITIV AKTIVIERENDE AUFGABEN FORDERN DAS DENKEN HERAUS

Beispiel: Lehrkräftefragen im Mathematikunterricht der Grundschule

Performanzorientierte Aufgaben	Strukturorientierte Aufgaben
3 + 4 ist wieviel?	Darf man beim Addieren die Zahlen vertauschen?
Was ergibt $8 \cdot 3$?	Wer kann mir, ohne zu rechnen, sagen, ob $2345 + 1234$ dasselbe ergibt wie $1234 + 2345$?
$54 + 23$ ist ...?	Aus wie vielen Hundertern, Zehnern und Einern besteht die Zahl 245?
Wie kann man $54 + 23$ rechnen?	Warum kann es nicht sein, dass wir beim Subtrahieren 2 borgen müssen?
Ist $45 - 21 = 34$ korrekt?	Warum kann man statt $25 + 12$ auch schreiben: $25 + 10 + 2$?
Wie viele Äpfel hat Gerd?	Wie konntest du $12 + 35 - 12$ so schnell ausrechnen?
Wie kann man die gesuchte Zahl der Äpfel ausrechnen?	Welche Information ist in der Textaufgabe überflüssig?

DIAGNOSTISCHE FRAGEN STELLEN UND RÜCKMELDEN

Beispiel: Schwimmen und Sinken im Naturwissenschaftsunterricht

Schüler: „...Wenn du mal tauchen gehst, dann merkst du, dass das Wasser rund um dich rum ziemlich drückt. Weiter unten drückt es noch viel mehr. Es drückt dich ja aber trotzdem im Wasser gar nicht runter. Die Kraft ist ein bisschen stärker hoch. So funktioniert der Auftrieb. Auftrieb hat alles, nicht nur wir oder Holz oder so, sondern auch Eisen und Steine. Das kannst du mit der Federwaage ausprobieren. Je schwerer dann der Brocken ist, den du eintauchst, umso mehr Wasser wird weggedrängt. Und je mehr Wasser weggedrängt wird, umso mehr Auftrieb bekommt er...“

Passende Reaktion ?

Wovon hängt es ab, wie tief eine Kugel ins Wasser taucht?

Wie viel Wasser wird verdrängt, wenn du eine leere und eine gleich große volle Flasche ins Wasser tauchst?

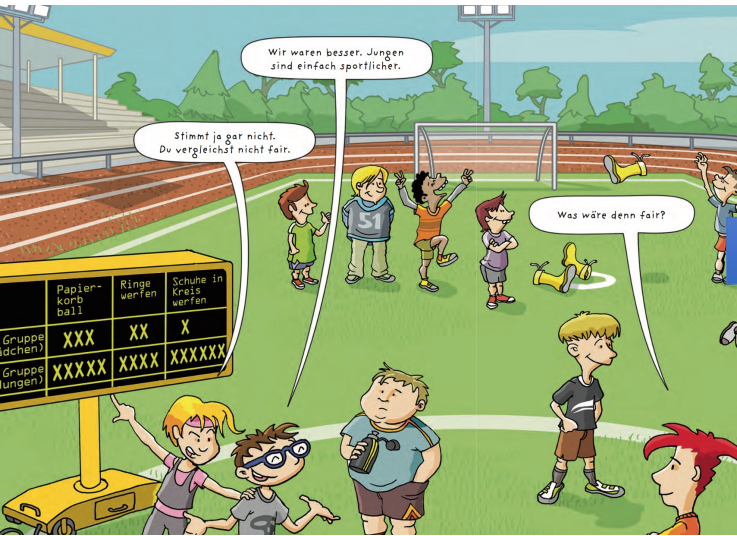
Aus welchen Materialien schwimmt denn eine Kugel überhaupt?

Wie viel Wasser wird bei diesen gleich großen Kugeln aus Eisen, Stein und Knete überlaufen, wenn sie ins Wasser kommen?

SELBSTERKLÄRUNGEN EINFORDERN

Selbsterklärung	Funktion
Erkläre, in welcher Situation dieser Sachverhalt/Begriff zu finden ist.	Vorwissen aktivieren und überlegen, wie etwas Neues mit dem Bekannten zusammenhängt
Erkläre, welches die wichtigsten Schritte in diesem Lösungsbeispiel sind	relevante (und nicht nur oberflächliche) Aspekte einer neuen Situation erkennen
Erkläre, warum man hier nicht so vorgehen kann ...	richtige und falsche Vorgehensweisen (insbesondere Fehlvorstellungen) erläutern
Erkläre, warum dies die Lösung des Problems ist. Erkläre, was man wissen sollte, um solche Probleme zu lösen.“	auf die intendierten Lernziele fokussieren

Vergleiche die Lösungsideen von Ole und Till.
 Was hat Till falsch gemacht?
 Was hat Ole besser gemacht als Till?



Erkunden: Generieren von Teillösungen

Richtig

Mädchen $\frac{3}{5}$ [5 boxes, 3 filled purple]

Jungen $\frac{5}{10}$ [10 boxes, 5 filled blue]

Die Jungen haben fünfmal getroffen, die Mädchen nur dreimal. Aber es waren auch viel mehr Jungen. Mit den Streifen sehe ich, dass bei den Mädchen ein größerer Anteil gefärbt ist, deshalb haben die Mädchen gewonnen.

Ole

Falsch

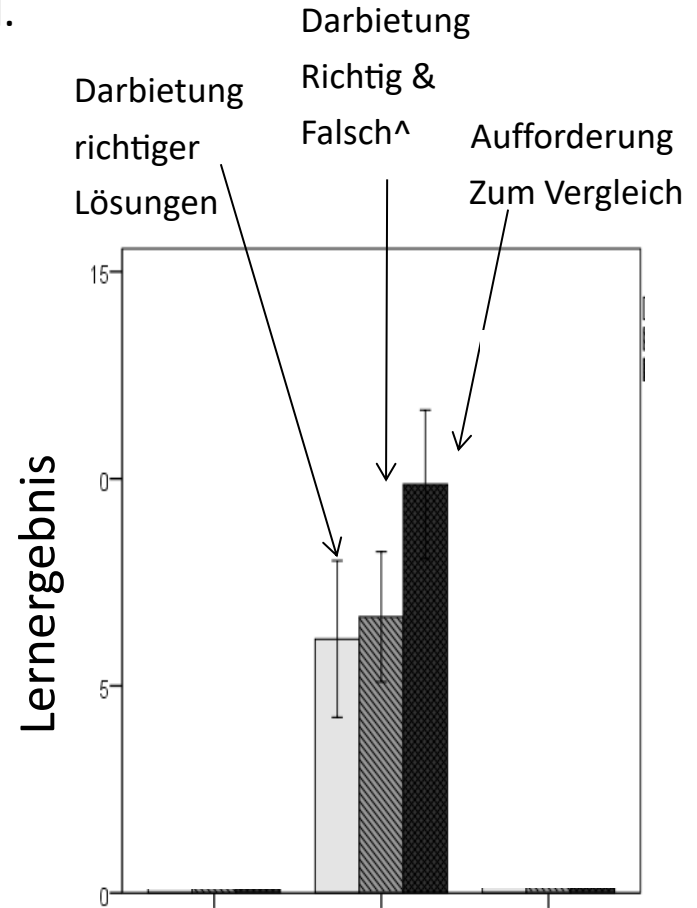
Mädchen $\frac{3}{5}$ [5 boxes, 3 filled purple]

Jungen $\frac{5}{10}$ [10 boxes, 5 filled blue]

Die Jungen haben fünfmal getroffen, die Mädchen nur dreimal. Deshalb haben die Jungen gewonnen. Das sieht man auch mit den Streifen: Bei den Jungen sind mehr Felder gefärbt.

Till

Ordnen: Vergleichen mit tragfähigen Lösungen



Wenn eigene Lösungen...
 ... falsch unvollst. richtig

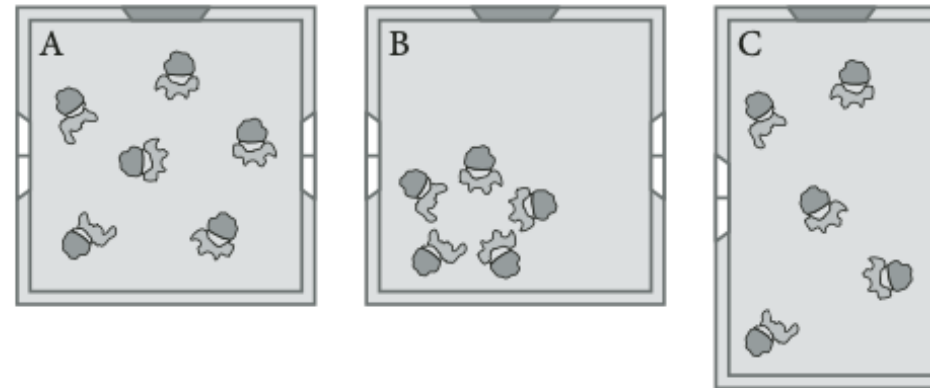
EVOLUTIONÄRER UMGANG MIT SCHÜLERVORSTELLUNGEN

Neriage 練り上げる

Überfüllung

Kyoshi und seine Freunde übernachten im Ferienlager in den Hütten A, B und C.

Welche Hütte ist am vollsten?



Im Klassengespräch klärt die Lehrerin, dass alle Lernenden die Situation verstanden haben. Zusätzlich präsentiert sie die folgende Tabelle:

	Flächeninhalt (m ²)	Personenzahl
Hütte A	16	6
Hütte B	16	5
Hütte C	16	5

(Hironaka & Sugiyama 2006; nach Leuders & Prediger 2016)

Wenn die Lernenden bemerken, dass sie zwar A und B und vielleicht auch B und C, nicht aber A und C vergleichen können, ist das Problem geklärt und die Gruppenphase beginnt. Darin entwickeln die Lernenden verschiedene Lösungsansätze, wie z. B. diese:

Lösungsweg 1:

Hütte A. $6 : 16 = 0,375$, Hütte B. $5 : 15 = 0,33 \dots$ Wir haben dividiert, um herauszufinden, wie viele Personen auf 1 m^2 kommen. Weil mehr Leute auf einen 1 m^2 kommen, ist Hütte A am vollsten.

Lösungsweg 2:

Hütte A: $16 : 6 = 2,66 \dots$, Hütte B: $15 : 5 = 3$. Wir haben dividiert, um zu sehen, wie viele Quadratmeter es pro Person sind. Hütte A ist voller, weil dort am wenigsten Fläche pro Person ist.

Lösungsweg 3:

Ein gemeinsames Vielfaches von 16 und 15 ist 240. Hütte A: $6 \cdot 15 = 90$, Hütte B: $5 \cdot 16 = 80$. Wir schauen, wie viele Personen in eine Hütte kämen, wenn beide Hütten dieselbe Fläche hätten. Dazu haben wir 240 m^2 als Vielfaches der Hüttenflächen gewählt. Hütte A ist am vollsten, weil am meisten Personen auf 240 m^2 kämen.

Lösungsweg 4:

Ein gemeinsames Vielfaches von 6 und 5 ist 30. Hütte A: $16 \cdot 5 = 80$, Hütte B: $15 \cdot 6 = 90$. Wir schauen, wie viel Fläche pro Person vorhanden wäre, wenn beide Hütten dieselbe Fläche hätten. Dazu haben wir 30 als Vielfaches der Personenzahlen gefunden. Hütte A ist am vollsten mit weniger Fläche pro Person.

EVOLUTIONÄRER UMGANG MIT SCHÜLERVORSTELLUNGEN

Im

- Mathematikunterricht
- Naturwissenschaftsunterricht
- Geschichtsunterricht
- Musikunterricht
- Sportunterricht
- ...